

ISSN 2686-679X

ВЕСТНИК РГГУ

Серия

«Информатика.
Информационная безопасность.
Математика»

Научный журнал

RSUH/RGGU BULLETIN

“Information Science.
Information Security. Mathematics”
Series

Academic Journal

Основан в 2018 г.
Founded in 2018

3
2019

VESTNIK RGGU. Seriya «Informatica. Informacionnaya bezopasnost. Matematika»

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” Series Academic Journal

There are 4 issues of the printed version of the journal a year.

Founder and Publisher
Russian State University for the Humanities (RSUH)

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” series is included: in the Russian Science Citation Index; in the List of leading scientific magazines journals and other editions for publishing PhD research findings peer-reviewed publications fall within the following research area:

20.00.00 Informatics

81.03.29 Information security, data protection,

27.00.00 Mathematics

Objectives and areas of research

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” series publishes the results of research by scientists from RSUH and other universities and other Russian and foreign academic institutions. The areas covered by contributions include theoretical and applied computer science, up-to-date IT, means and technologies of information protection and information security as well as the issues of theoretical and applied mathematics including analytical and imitation models of different processes and objects. Special emphasis is put on articles and reviews covering research in indicated directions in the areas of social and humanitarian problems and also issues of personnel training for these directions.

RSUH/RGGU BULLETIN. “Information Science. Information Security. Mathematics” series is registered by Federal Service for Supervision of Communications Information Technology and Mass Media. 25.05.2018, reg. No. FS77-72977

Editorial staff office: 6, Miuskaya sq., Moscow, Russia, 125993, GSP-3

tel: +7 (916) 250-90-85

e-mail: adkozlov@mail.ru

ВЕСТНИК РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика»

Научный журнал

Выходит 4 номера печатной версии журнала в год.

Учредитель и издатель – Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ)

ВЕСТНИК РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика» включен: в систему Российского индекса научного цитирования (РИНЦ); в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук по следующим научным специальностям и соответствующим им отраслям науки:

20.00.00 Информатика

81.93.29 Информационная безопасность, защита информации

27.00.00 Математика

Цели и область

В журнале «Вестник РГГУ», серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика» публикуются результаты научных исследований ученых и специалистов РГГУ, а также других университетов и научных учреждений России и зарубежных стран. Направления публикаций включают теоретическую и прикладную информатику, современные информационные технологии, методы, средства и технологии защиты информации и обеспечения информационной безопасности, а также проблемы теоретической и прикладной математики, включая разработку аналитических и имитационных моделей процессов и объектов различной природы. Особое внимание уделяется статьям и обзорам, посвященным исследованиям по указанным направлениям в области социальных и гуманитарных проблем, а также вопросам подготовки кадров по соответствующим специальностям для данных направлений.

ВЕСТНИК РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика» зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций 25.05.2018 г., регистрационный номер ПИ № ФС77-72977.

Адрес редакции: 125993, ГСП-3, Россия, Москва, Миусская пл., 6

Тел: +7 (916) 250-90-85

электронный адрес: adkozlov@mail.ru

Founder and Publisher

Russian State University for the Humanities (RSUH)

Editor-in-chief

V.V. Arutyunov, Dr. of Sci. (Engineering), Russian State University for the Humanities (RSUH), Moscow, Russian Federation

Editorial Board

V.K. Zharov, Dr. of Sci. (Pedagogy), professor, Russian State University for the Humanities (RSUH), Moscow, Russian Federation (*deputy editor-in-chief*)

A.D. Kozlov, Cand. of Sci. (Computer Science), associate professor, Russian State University for the Humanities (RSUH), Moscow, Russian Federation (*executive secretary*)

Sh.A. Alimov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, academician, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Republic of Uzbekistan

M.N. Aripov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, National University of Uzbekistan, Tashkent, Republic of Uzbekistan

G.S. Ivanova, Dr. of Sci. (Computer Science), professor, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

O.V. Kazarin, Dr. of Sci. (Engineering), Russian State University for the Humanities (RSUH), Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

V.M. Maximov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, Russian State University for the Humanities (RSUH), Moscow, Russian Federation

I.Yu. Ozhigov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

E.A. Primenko, Cand. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

S.M. Sokolov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russian Federation

Sh.K. Formanov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, academician, Academy of Sciences of the Republic of Uzbekistan, Tashkent, Republic of Uzbekistan

V.A. Tsvetkova, Dr. of Sci. (Engineering), professor, Library for Natural Sciences of the RAS, Moscow, Russian Federation

Executive editor:

A.D. Kozlov, Cand. of Sci. (Computer Science), associate professor (RSUH)

Учредитель и издатель

Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ)

Главный редактор

В.В. Арутюнов, доктор технических наук, Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ), Москва, Российская Федерация

Редакционная коллегия

В.К. Жаров, доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ), Москва, Российская Федерация (*заместитель главного редактора*)

А.Д. Козлов, кандидат технических наук, доцент, Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ), Москва, Российская Федерация (*ответственный секретарь*)

Ш.А. Алимов, доктор физико-математических наук, профессор, академик Академии наук Узбекистана, Ташкент, Республика Узбекистан

М.М. Арипов, доктор физико-математических наук, профессор, Национальный университет Узбекистана, Ташкент, Республика Узбекистан

Г.С. Иванова, доктор технических наук, профессор, Московский государственный университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Российская Федерация

О.В. Казарин, доктор технических наук, Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ), Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (МГУ), Москва, Российская Федерация

В.М. Максимов, доктор физико-математических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет (РГГУ), Москва, Российская Федерация

И.Ю. Ожигов, доктор физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (МГУ), Москва, Российская Федерация

Э.А. Применко, кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова (МГУ), Москва, Российская Федерация

С.М. Соколов, доктор физико-математических наук, профессор, Институт прикладной математики им. М.И. Келдыша РАН, Москва, Российская Федерация

Ш.К. Форманов, доктор физико-математических наук, профессор, академик Академии наук Узбекистана, Ташкент, Республика Узбекистан

В.А. Цветкова, доктор технических наук, профессор, Библиотека по естественным наукам РАН, Москва, Российская Федерация

Ответственный за выпуск:

А.Д. Козлов, кандидат технических наук, доцент (РГГУ)

Contents

Information Security

- V.V. Arutyunov*
Analysis of the demand for the research results of Russian scientists
in the field of biometric methods and means of information security 8
- P.A. Karasev, V.V. Yashchenko*
Multifactor analysis of strategic stability in the context
of threats to international information security 19
- I.A. Rusetskaya*
Protection of state secrets in the Czech Republic 36

Mathematics

- V.K. Zharov, M.S. Zemlyak, A.G. Lavrukina, Yu.V. Taratukhina*
On the concept of “cultural heritage” in educational traditions
and the present time. Mathematics as the metaculture 51
- V.M. Maximov*
Representation of linear mapping algebra for polynomial spaces
into themselves by non-commutative series 72
- R.A. Abdikarimov, M.M. Mansurov, U.Y. Akbarov*
Numerical study of a flutter of a viscoelastic rigidly clamped rod
with regard for the physical and aerodynamic nonlinearities 94

Содержание

Информационная безопасность

- В.В. Арутюнов*
Анализ востребованности результатов исследований
российских ученых в области биометрических методов
и средств защиты информации 8
- П.А. Карасев, В.В. Яценко*
Многофакторный анализ стратегической стабильности
в контексте угроз международной информационной безопасности 19
- И.А. Русецкая*
Защита государственных секретов в Чешской Республике 36

Математика

- В.К. Жаров, М.С. Земляк, А.Г. Лаврухина, Ю.В. Таратухина*
О понятии «культурное наследие» в образовательных традициях
и современность: математика как метакультура 51
- В.М. Максимов*
Представление алгебры линейных отображений
пространства полиномов в себя некоммутативными рядами 72
- Р.А. Абдикаримов, М.М. Мансуров, У.Й. Акбаров*
Численное исследование флаттера вязкоупругого
жестко-зашемленного стержня с учетом физической
и аэродинамической нелинейностей 94

Анализ востребованности результатов исследований российских ученых в области биометрических методов и средств защиты информации

Валерий В. Арутюнов

*Российский государственный гуманитарный университет,
Москва, Россия, warut698@yandex.ru*

Аннотация. В работе рассматриваются четыре этапа развития концепции обеспечения информационной безопасности и все более возрастающее внимание в России и мире к вопросам обеспечения защиты информации в информационных системах и информационно-телекоммуникационных сетях. Отмечается значимость в наши дни биометрических методов и средств защиты информации в сфере обеспечения информационной безопасности, определяемая в том числе большей долей российских национальных стандартов, действующих в этой сфере по сравнению с общим числом стандартов в области информационной безопасности. Анализируются результаты анализа востребованности результатов исследований российских ученых в этой области на основе данных о публикационной активности и цитируемости итогов работ российских ученых, отражаемых в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ). Отмечается непрерывный рост публикаций в этой сфере в 2012–2018 гг., когда в 2018 г. по сравнению с 2009 г. более чем в три раза был превышен десятипроцентный рубеж от количества всех публикаций российских ученых в области ИБ в 2018 г. и изменение динамики востребованности этих результатов исследований в последние годы. В отличие от публикационной активности пик цитируемости итогов работ российских ученых был пройден в 2016 г.; в последующие два года наблюдается неположительная тенденция уменьшения цитируемости и востребованности итогов работ в рассматриваемой тематической области.

Ключевые слова: информационная безопасность, публикационная активность, защита информации, цитируемость, биометрическая защита

Для цитирования: Арутюнов В.В. Анализ востребованности результатов исследований российских ученых в области биометрических методов и средств защиты информации // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2019. № 3. С. 8–18. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-8-18

Analysis of the demand for the research results of Russian scientists in the field of biometric methods and means of information security

Valery V. Arutyunov

*Russian State University for the Humanities,
Moscow, Russia, warut698@yandex.ru*

Abstract. The paper discusses four stages in developing the concept of information security and also considers the increasing attention in Russia and the world to the issues of information security in information systems and the information and telecommunication networks. It notes the present-day importance of biometric methods and the information security tools in the sphere of the information security ensuring, the importance that is defined, among other things, by a large share of the Russian national standards applicable in the field in comparison with the total number of standards in the field of information security. The author studies results of the analysis of the demand for the research results of Russian scientists in that field on the basis of data on the publication activity and citation of the results of the work Russian scientists reflected in the Russian Science Citation Index (RSCI). There is a continuous growth of publications in that area in 2012–2018, when in comparison with the 2009 the publications in the field of information security in 2018 exceeded in more than three times the ten percent share in the number of all publications of Russian scientists.

The article also marks the change in the dynamics of demand for these research results in recent years. In contrast to the publication activity, the peak for citation of the results from works of Russian scientists was passed in 2016; in the subsequent two years there was a non-positive tendency of reducing the citation and demand for the results of works in the considered thematic area.

Keywords: information security, publication activity, information protection, citation, biometric protection

For citation: Arutyunov, V.A. (2019), “Analysis of the demand for the research results of Russian scientists in the field of biometric methods and means of information security”, *RSUH/RGGU Bulletin. “Information Science. Information security. Mathematics” Series*, vol. 3. pp. 8-18. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-8-18

Введение

Проблема обеспечения безопасности данных, обрабатываемых в информационных системах (ИС) и информационно-телекоммуникационных сетях (ИТС), возникла еще в конце XX в. при

расширении круга пользователей ИС и ИТС. Рост числа компьютеров и областей их применения объективно создал предпосылки для начала реализации процессов модификации (искажения), хищения и уничтожения данных. Появление современных ИС и развитие ИТС, рост обрабатываемой в автоматизированном режиме информации еще более акцентировал внимание на проблеме обеспечения безопасности данных. Так, по состоянию на 2017 г., по данным *IDC (International Data Corporation)*, в России накоплено более 175 эксабайт (1 эксабайт – 10^{18} байт) информации, что составляет 1,8% мировых данных. К 2020 г. объем информации достигнет 980 эксабайт и займет 2,2%. Рост количества сайтов в сети Интернет (в 2018 г. их число превышало 1,3 млрд единиц) также повысил уровень уязвимости информации.

Следует отметить, что в развитии концепции обеспечения информационной безопасности (ИБ) и защиты информации в ИС и ИТС можно выделить следующие этапы.

Основной идеей первоначального этапа (до начала 60-х гг. XX в.) являлось обеспечение безопасности обрабатываемых в автоматизированном режиме данных специализированными механизмами, функционирующими по жестко формализованным правилам и алгоритмам. Для их создания использовались как программные, так и технические средства. Относительно слабым звеном разработанных механизмов защиты оказался механизм защиты доступа пользователя к данным.

В 60-х и 70-х гг. XX в. главное внимание было сфокусировано на разработке различных методов защиты данных, обрабатываемых в ИС, и использовании отказоустойчивых решений при обработке информации в ИС, сконструированных на основе централизованных ИС. Поэтому в то время речь шла в основном о *защите данных (data security)* в ИС.

При появлении в 1980-х гг. персональных компьютеров появилась необходимость в разработке средств защиты от несанкционированного использования программ и копирования; появился новый термин *компьютерная безопасность (computer security)*, и широкое распространение для формирования и решения задач безопасности получила трехкомпонентная модель *CIA (Confidentiality, Integrity, Availability)*.

В 1990-х гг. в связи с появлением и началом широкого распространения распределенных ИС и интенсивным развитием ИТС усилия специалистов и ученых были направлены в первую очередь на решение следующих задач: комплексное обеспечение безопасности информации в ИС и ИТС, обеспечение безопасности межсетевое и сетевое взаимодействие и ряд др. В большинство создаваемых промышленных программных продуктов начали

встраиваться средства защиты. В это же время в России начинается накапливаться опыт пресечения и расследования различного вида компьютерных преступлений. При этом следует отметить, что несмотря на активную реализацию в ИС и ИТС технологий обеспечения ИБ, объем ущерба, наносимого в результате компьютерных преступлений, непрерывно возрастал (только в США он вырос с сотен млн долл. в конце XX в. до десятков и сотен млрд долл. в XXI в.). При этом по оценке американской корпорации Symantec каждую секунду в мире совершается 18 киберпреступлений, а в России только в 2012 г. жертвами киберпреступников стали более 31 млн жителей.

Все больше руководителей предприятий и организаций начинают понимать, что обеспечение ИБ объектов информатизации, в которых циркулирует критически важная информация, зачастую обладающая стратегической ценностью, требует привлечения самых различных ресурсов (людских, организационных, современных программно-технических и др.), а также разработки комплексной системы мер и методов защиты ресурсов организации и государства. В эти годы начал формироваться и использоваться термин *информационная безопасность (information security)*.

В XXI в. появляется множество методов и средств скрытого информационного воздействия на работу ИС и ИТС. Возникают понятия информационной войны, критических ИС, информационного противоборства и информационного оружия, которые были включены в военную доктрину многих стран.

О все более серьезном отношении в наши дни к вопросам ИБ в мире свидетельствует и тот факт, что по данным компании Mozilla уже в начале 2017 г. объем зашифрованного трафика в сети Интернет превысил объем незашифрованного.

Результативность исследований российских ученых в области биометрических методов и средств защиты информации

Еще в конце прошлого десятилетия было определено более десяти направлений развития методов и средств защиты информации и обеспечения ИБ [Аругонов 2016, с. 9], [Родичев 2008, с. 256]. В их числе выделяются биометрические методы и средства защиты информации.

В России за последние 10–15 лет (а за рубежом еще ранее) стали достаточно интенсивно разрабатываться и внедряться биометрические системы защиты информации (БСЗИ), основанные на различных методах биометрической идентификации человека,

использующих более десятка различных биологических характеристик человека: радужной оболочки глаза, голоса, папиллярных узоров пальцев, формы лица и др. Это обусловлено рядом причин. Во-первых, интенсивным развитием в стране за последние 10–15 лет сектора электронной коммерции и, как следствие, значительно более серьезными требованиями к уровню защищенности не только финансовых, но и информационных ресурсов. Во-вторых, в связи с ростом в последние годы угроз терроризма значительно повысился со стороны государства интерес к средствам биометрической идентификации различного рода пользователей. В-третьих, стремительный рост производительности современных средств вычислительной техники, различных сканеров съема информации и миниатюризация соответствующей аппаратуры сделали возможным внедрение биометрических технологий в системы защиты информации больших и малых предприятий.

В наше время зачастую биометрические системы защиты информации представляют собой единственное решение проблемы контроля доступа на особо важных объектах, в том числе с малочисленным персоналом.

На сегодняшний день международным стандартом BioAPI¹ описывается около 20 методов биометрической идентификации: от одного из самых ранних, основанного на анализе папиллярного узора на пальцах, до одного из последних методов, базирующимся на анализе рисунка вен руки.

Развитие в России биометрических методов и средств защиты информации поставило на повестку дня создание необходимых стандартов, и к концу второго десятилетия XXI в. их было выпущено более 40 (следует отметить, что всего в России к настоящему времени действует около 120 стандартов в области ИБ, что в свою очередь свидетельствует о зрелости в России основных понятий, технологий и различных средств, используемых в области биометрической защиты информации). Указанные факты в определенной мере способствовали вводу в действие с середины 2018 г. в банковской сфере России Единой биометрической системы идентификации личности по голосу и изображению лица. В дальнейшем, по утверждению разработчика (Ростелекома), эта система может применяться в различных отраслях – финансовом секторе, здравоохранении, образовании, электронной коммерции, а также для реализации государственных и муниципальных услуг.

История биометрических методов и средств защиты намного древнее, чем это можно предположить. Еще создатели Великих

¹ BioAPI Consortium. URL: <http://www.bioAPI.org> (дата обращения 15 января 2019).

пирамид в Древнем Египте признавали преимущества идентификации рабочих по записанным телесным характеристикам. Египтяне явно опередили свое время, так как в последующие четыре тысячи лет в этой сфере ничего нового практически не происходило. Только в конце XIX в. стали появляться системы, использующие отпечатки пальцев для идентификации людей. До относительно недавнего времени, а точнее, до 11 сентября 2011 г., биометрические системы защиты информации в основном использовались для защиты военных секретов. А после произошедшего в сентябре в США террористического акта биометрическими системами начали оборудовать аэропорты и крупные торговые центры. В свою очередь повышенный спрос на них способствовал развитию НИОКР в этой области по целому ряду направлений, что привело к появлению новых устройств и реализации новых технологий в этой сфере. Естественно, рост рынка биометрических устройств защиты привел к увеличению количества коммерческих компаний, разрабатывающих их, а возникшая конкуренция послужила важной причиной значительного уменьшения цен на биометрические системы защиты, что способствовало росту их востребованности.

В настоящее время в России и в мире все в большей степени оценивают итоги научной работы ученых, преподавателей и специалистов по конкретным количественным результатам, в том числе с помощью наукометрических показателей результативности работ исследователя на основе публикационной активности авторов P , цитируемости C их публикаций и ряда других.

В наше время значительный интерес представляют не только сами итоги исследований, но и востребованность V научным сообществом и специалистами в различных сферах экономики результатов исследований, определяемая соотношением C/P . Этот показатель определяет, какой интерес вызывает у научного сообщества за конкретный период соответствующие публикации различных лет по определенной отрасли знаний.

Известная в мире система учета публикаций и цитирования Web of Science (WoS) включает в наши дни данные из более 19 тыс. авторитетных научных журналов мира по всем направлениям исследований, а система Scopus – данные из 23 тыс. журналов. Большинство представленных в WoS журналов приходится на США, Великобританию и Нидерланды. Научная периодика других стран с трудом может попасть в этот круг изданий, индексируемых в WoS.

Так как в WoS и в Scopus по различным причинам лишь фрагментарно учитывались результаты публикаций и цитирования российских ученых, в России во второй половине первой декады XXI века в Научной электронной библиотеке России было нача-

то формирование национальной базы РИНЦ (Российский индекс научного цитирования), учитывающей наукометрические показатели научной деятельности в первую очередь российских ученых и которая стала еще одной национальной базой данных публикаций и цитирования в мире (до нее были созданы китайский и корейский аналоги). РИНЦ является достаточно мощным инструментом, который позволяет оценить результативность деятельности научно-исследовательских организаций, ученых, научных журналов и т. д.

Ниже анализируется динамика публикаций (публикационной активности) P российских ученых в 2009–2018 гг. в области биометрических методов и средств защиты информации, в которых отражаются по данным РИНЦ² итоги исследований в этой сфере (рис. 1), а также их цитируемость C (рис. 2).

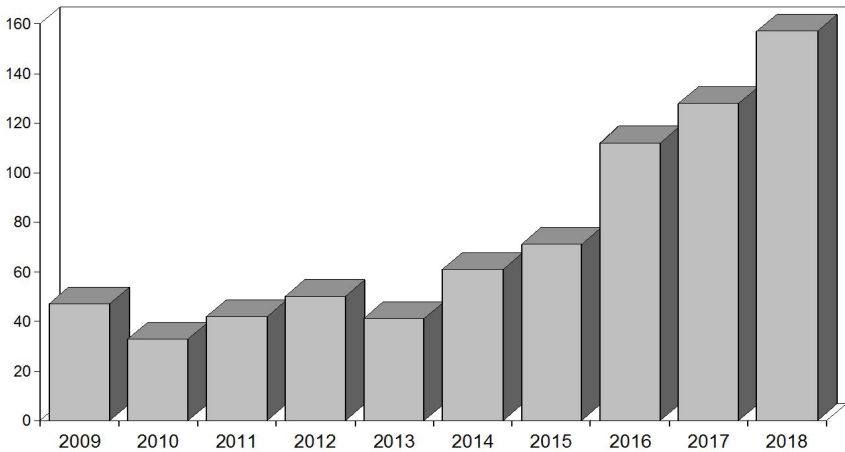


Рис. 1. Динамика публикационной активности российских ученых в области биометрических методов и средств защиты информации

Из рис. 1 следует, что за последние 10 лет значительно возросло внимание государства и российских исследователей к вопросам БСЗИ: в 2018 г. публикационная активность российских ученых после непрерывного роста возросла по сравнению с 2009 г. более, чем в три раза, превысив в 2018 г десятипроцентный рубеж от количества всех публикаций российских ученых в области информационной безопасности в этом году.

² Российский индекс научного цитирования. [Электронный ресурс] URL: <https://elibrary.ru/querybox.asp?scope=newquery> (дата обращения 12 января 2019).

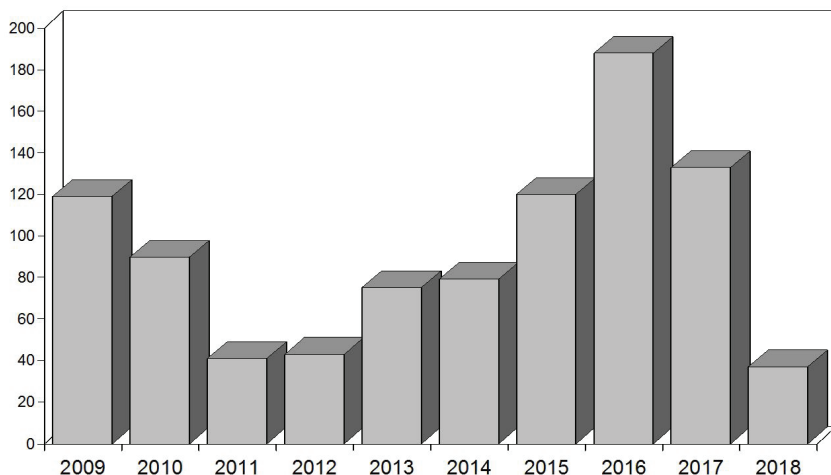


Рис. 2. Динамика цитируемости итогов исследований российских ученых в области биометрических методов и средств защиты информации

Как видно из рис. 2, в динамике цитируемости итогов российских исследований в области БСЗИ за десятилетний период отмечается два максимума: один небольшой в 2009 г. и более значительный в 2016 г.

Если уменьшение первого максимума можно еще объяснить последствиями экономического кризиса 2008 г., то спад цитируемости в 2017–2018 гг. может отражать тревожную неположительную тенденцию последних лет, связанную с уменьшением интереса к этой сфере исследований со стороны исследователей (несмотря на рост к концу анализируемого периода количества опубликованных результатов работ в этой отрасли знаний), вызванную, возможно, в том числе недостаточным финансированием современных направлений научных исследований. На рис. 3 представлена динамика востребованности V итогов исследований.

В динамике востребованности итогов исследований российских ученых в области БСЗИ выделяется период 2013–2016 гг., когда востребованность итогов исследований была практически одинаковой. И если небольшие показатели востребованности итогов работ в 2018 г. можно объяснить, как и для многих отраслей исследований, «замедленной» реакцией ученых на публикации текущего года, то резкое, почти в два раза, уменьшение в 2017 г. показателя востребованности может также свидетельствовать о недостаточном финансировании соответствующих научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ.

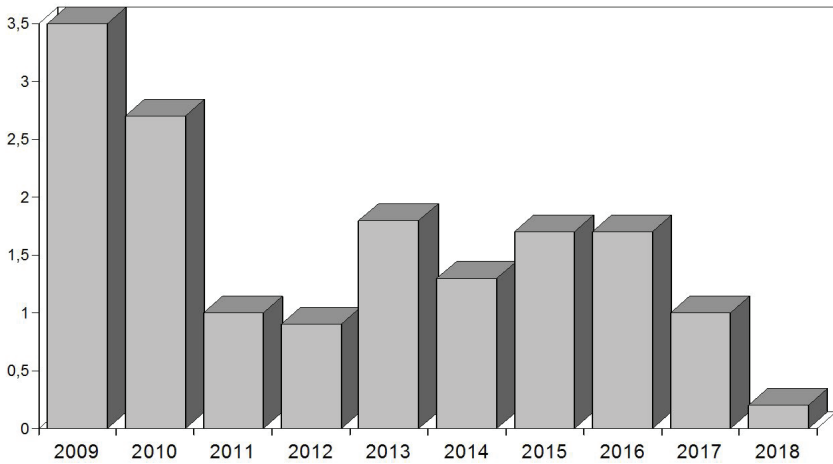


Рис. 3. Динамика востребованности итогов исследований российских ученых в области биометрических методов и средств защиты информации

Заключение

Следует отметить, что в работе [Цветкова 2015] отмечается: наукометрические показатели (кроме оценки востребованности итогов научных исследований) целесообразно использовать также в следующих случаях:

- в качестве квалификационного требования к экспертам научных проектов в интересах государственных программ, учреждений и т. п.;
- при формулировании минимальных аттестационных требований к сотрудникам научных и образовательных учреждений, научным руководителям дипломников и аспирантов и т. п.;
- при сравнении отдельных ученых или небольших групп, работающих в одной научной области;
- для выявления наиболее активных в сфере научной деятельности групп, работающих на мировом уровне (путем сравнения их показателей работы с аналогичными показателями зарубежных групп).

При рассмотрении основных этапов развития концепции обеспечения ИБ выявлено, что в последние 10–15 лет в России все большее внимание уделяется вопросам обеспечения защиты информации в ИС и ИТС. При этом отмечается все большая значимость в наши дни биометрических методов и средств защиты

информации в сфере обеспечения информационной безопасности, определяемая целым рядом их преимуществ, в том числе большой долей российских национальных стандартов, действующих в этой сфере по сравнению с общим числом стандартов в области информационной безопасности (эта доля составляет на начало 2019 г. более 30%). Анализ востребованности результатов исследований российских ученых в этой области на основе данных о публикационной активности и цитируемости итогов работ российских ученых, отражаемых в РИНЦ, показал, что отмечается непрерывный рост публикаций в этой сфере в 2012–2018 гг.; при этом в 2018 г. по сравнению с 2009 г. более, чем в три раза был превышен десятипроцентный рубеж от количества всех публикаций российских ученых в области ИБ в 2018 г. В отличие от публикационной активности пик цитируемости итогов работ российских ученых был пройден в 2016 г.; в последующие два года наблюдается неположительная тенденция уменьшения цитируемости и востребованности итогов работ в рассматриваемой тематической области.

В настоящее время для повышения уровня защищенности БСЗИ активно применяется интеграция различных биометрических технологий, которая подразумевает реализацию технических аспектов применения нескольких технологий/методов одновременно, а также учета математических аспектов одновременного использования различных алгоритмов обработки информации в процедурах идентификации.

В ближайшие годы в области биометрической защиты информации в связи с известными трудностями в экономике России (сокращение бюджетных расходов, уменьшение ВВП и др.) трудно ожидать положительной динамики результативности научной деятельности российских ученых в этой области.

Только тот факт, что результаты работ в рассмотренной области научной деятельности в сфере информационной безопасности представляют несомненный интерес, в том числе для организаций оборонно-промышленного комплекса страны и различных спецслужб, позволяет надеяться, что спад наукометрических показателей этих результатов не будет крутым и продолжительным.

Литература

- Арутюнов 2016 – *Арутюнов В.В.* О некоторых результатах приоритетных исследований в области информационной безопасности // Научно-техническая информация. 2016. Сер. 1. № 2. С. 8–13.
- Родичев 2008 – *Родичев Ю.А.* Информационная безопасность: нормативно-правовые аспекты. Учебное пособие. СПб.: Питер, 2008. 272 с.
- Цветкова 2015 – *Цветкова В.А.* Система цитирования: где зло, где благо // Научно-технические библиотеки. 2015. № 1. С. 18–22.

References

- Arutyunov, V.V. (2016), “On some results of priority research in the field of information security”, *Scientific and technical information*, Series 1, vol. 2, pp. 8-13.
- Rodichev, Yu.A. (2015), *Informatsionnaya bezopasnost’: normativno-pravovye aspekty. Uchebnoe posobie* [Information security: regulatory aspects. Textbook], Piter, St. Petersburg, Russia.
- Tsvetkova, V.F. (2015), “Citation system: where is evil, where is good”, *Scientific and technical libraries*, vol. 2, pp. 18–22.

Информация об авторе

Валерий В. Арутюнов, доктор технических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, ГСП-3, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; warut698@yandex.ru

Information about the author

Valery V. Arutyunov, Dr. of Sci. (Computer Science), professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993, GSP-3; warut698@yandex.ru

Многофакторный анализ стратегической стабильности в контексте угроз международной информационной безопасности

Павел А. Карасев

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия, karpaul@iisi.msu.ru*

Валерий В. Яценко

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Москва, Россия, iisi@iisi.msu.ru*

Аннотация. Формируемая система международной информационной безопасности и сложившаяся система поддержания стратегической стабильности, направленные на становление и поддержание устойчивого баланса в международных отношениях, подвержены влиянию новых факторов военно-политического характера.

Растет интерес исследователей к угрозе использования специализированных ИКТ-инструментов для воздействия на военные сети и системы, задействованные в поддержании стратегической стабильности, – системы контроля, управления и связи, предупреждения о ракетном нападении, управления и контроля пусковых установок МБР и противоракет. В статье проводится многоуровневый анализ влияния таких новых факторов, как использование ИКТ-инструментов во враждебных военно-политических целях и внедрение в технические средства искусственного интеллекта (ИИ). Использование ИИ способно на всех уровнях резко повысить эффективность принятия военно-политических решений, однако при этом потребуются серьезное исследование и оценка степени уязвимости новых систем к кибер- и когнитивным воздействиям.

Сделан вывод, что в информационном пространстве идет соревнование математических моделей и алгоритмов, и со временем ядерная триада и ее элементы могут стать существенно более уязвимыми для кибер- и когнитивного воздействия, направленного на злонамеренное использование изъянов, имеющихся в алгоритмах мышления искусственного интеллекта. Оценка потенциального влияния милитаризованных ИКТ-средств и ИИ на стратегическую стабильность и военный баланс в целом до сих пор не решена.

Ключевые слова: международная информационная безопасность, стратегическая стабильность, искусственный интеллект, кибербезопасность, кибероружие

Для цитирования: Карасев П.А., Ященко В.В. Многофакторный анализ стратегической стабильности в контексте угроз международной информационной безопасности // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2019. № 3. С. 19–35. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-19-35

Multifactor analysis of strategic stability in the context of threats to international information security

Pavel A. Karasev

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia, karpaul@iisi.msu.ru

Valery V. Yashchenko

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia, iisi@iisi.msu.ru

Abstract. The emerging system of international information security and the existing system of maintaining strategic stability aimed at the establishing and maintaining a stable balance in international relations, are affected by new factors of a military-political nature.

Researchers are becoming more interested in the threat of using specialized ICT tools to influence the military networks and systems involved in maintaining strategic stability – the monitoring, command and communication systems, missile warning, command and control of launchers of the ICBMs and anti-missiles.

The article provides a multi-level analysis of the influence of such new factors as the use of ICT tools for hostile military-political purposes and the introduction of artificial intelligence (AI) into technical means. The use of AI can dramatically increase the effectiveness of the military-political decision-making at all levels, but at that it will require the serious study and assessment of the vulnerability degree of new systems to the cyber and cognitive impacts.

It is concluded that in the information space there is a competition of the mathematical models and algorithms, and over time, the nuclear triad and its elements can become significantly more vulnerable to the cyber and cognitive impact aimed at the malicious use of flaws present in the artificial intelligence thinking algorithms. An assessment of the potential impact of militarized ICT tools and AI on the strategic stability and military balance as a whole has not yet been resolved.

Keywords: international information security, strategic stability, artificial intelligence, cybersecurity, cyber weapons

For citation: Karasev, P.A., Yashchenko, V.V. (2019), "Multifactor analysis of strategic stability in the context of threats to international information security", *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information security. Mathematics" Series*, vol. 3, pp. 19-35. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-19-35

Введение

Классическая формула концепции стратегической стабильности возникла как результат противостояния двух сверхдержав (СССР и США) и была окончательно сформирована в 80-х гг. прошлого века. Основные принципы стратегической стабильности были закреплены в ряде документов¹, однако обращение к ним в лучшем случае даст понимание стратегической стабильности по духу, но не по букве. Соответственно, в отсутствие общепринятого определения каждая из сторон может интерпретировать это понятие по-своему. По мнению одного из ведущих мировых экспертов в этой тематике академика А.Г. Арбатова, стратегическая стабильность может быть определена как «устойчивость стратегического ядерного равновесия, которое сохраняется в течение длительного периода времени, несмотря на влияние дестабилизирующих факторов» [Арбатов, Дворкин, Пикаев, Ознобищев 2010, с. 16].

За последние 20 лет появилось немало подобных факторов, некоторые из которых могут быть рассмотрены для включения в новую формулу военно-стратегической стабильности и даже претендовать на самостоятельную роль в балансе военной мощи. При этом если ранее система поддержания стратегической стабильности включала в себя две сверхдержавы, то сегодня мы видим становление многополярного мира, где в указанную систему должны быть включены и другие акторы, обладающие инструментами стратегического воздействия. Одновременно выход США из Договора

¹ Следует особо отметить «Совместное заявление относительно будущих переговоров по ядерным и космическим вооружениям и дальнейшему укреплению стратегической стабильности», являющееся частью советско-американских документов, подписанных в США 30 мая – 4 июня 1990 г. Именно в нем сформулированы принципы стратегической стабильности (впервые это понятие упоминается в преамбуле к Договору ОСВ-2) и направленные на ее поддержание и укрепление цели дальнейшего сокращения СНВ: устранение стимулов для нанесения первого удара, уменьшение концентрации боезарядов на стратегических носителях и оказание предпочтения средствам, обладающим повышенной выживаемостью.

об ограничении систем противоракетной обороны (ПРО) и Договора о ликвидации ракет средней и меньшей дальности (РСМД) является болезненным ударом для всей системы стратегической стабильности. Тем не менее, несмотря на все многообразие факторов, баланс ядерных вооружений, несомненно, является одним из ключевых элементов стабилизации военно-стратегической обстановки и современных международных отношений в целом.

Одним из значимых дестабилизирующих факторов на сегодняшний момент является активное наращивание отдельными членами мирового сообщества военного потенциала в ИКТ-среде. Идет не только применение специализированных ИКТ-средств, но и внедрение в военную сферу новейших ИКТ – наибольшую роль в плане перспектив и последствий здесь играет применение в различных системах оружия, в том числе в системах контроля и управления ядерным арсеналом, элементов искусственного интеллекта (ИИ). По мнению отдельных экспертов, «некоторые возможности военного применения технологий ИИ могут поставить под вопрос существующую архитектуру международной безопасности и мировой порядок в принципе» [Виловатых 2019, с. 189]. Также с 2012 г. активно пропагандирует идею отказа от использования ИИ в военных целях и автономного оружия «Кампания против роботов-убийц» – коалиция неправительственных организаций, куда, в частности, входят такие организации, как Amnesty International и Human Rights Watch².

Стратегическая стабильность в контексте угроз международной информационной безопасности

Проблема противодействия угрозам информационной безопасности на глобальном уровне носит хронический характер ввиду ее прямой взаимосвязи со стремлением государств защитить свои интересы. На данном этапе только Россия сумела предложить международному сообществу целостную идею создания системы обеспечения международной информационной безопасности (МИБ), которая по своему характеру является интернациональной. МИБ – это

состояние глобального информационного пространства, при котором исключены возможности нарушения прав личности, общества

² По информации официального сайта Campaign to Stop Killer Robots. [Электронный ресурс] URL: <https://www.stopkillerrobots.org/members/> (дата обращения 20 февраля 2019).

и прав государства в информационной сфере, а также деструктивного и противоправного воздействия на элементы национальной критической информационной инфраструктуры³.

При этом система МИБ призвана оказать противодействие угрозам стратегической стабильности и способствовать равноправному стратегическому партнерству в глобальном информационном пространстве. Для сравнения, предложенная США в 2011 г. «Международная стратегия кибербезопасности»⁴ во многом ориентирована на продвижение американских подходов к кибербезопасности и реализацию задач внешней политики США. Д. Трамп продолжил и даже усилил это направление политики в своей «Национальной киберстратегии США»⁵, вышедшей в 2018 г.

Формируемая система международной информационной безопасности и сложившаяся система поддержания стратегической стабильности, в сущности, имеют сравнимую природу. Обе направлены на формирование и поддержание устойчивого баланса в международных отношениях. При этом можно выделить их пересечение и взаимодействие на нескольких уровнях.

Во-первых, это связано с возможностью влияния угроз информационной безопасности на процесс принятия военно-политических решений или на отдельные элементы системы стратегической стабильности, такие как системы предупреждения о ракетном нападении, пусковые установки и носители МБР и противоракет, а также системы противоракетной обороны.

Вторым ключевым моментом является направленность сторон, принимающих участие в формировании или поддержании устойчивости систем, на снижение угрозы и недопущение эскалации. Общеизвестным является тезис о том, что в войне с применением ядерного оружия не будет победителей. Представляется, что это

³ Основы государственной политики Российской Федерации в области международной информационной безопасности на период до 2020 года (Утверждены Президентом Российской Федерации В. Путиным 24 июля 2013 г., № Пр-1753) [Электронный ресурс] // Совет Безопасности Российской Федерации URL: <http://scrf.gov.ru/security/information/document114/> (дата обращения 01 июля 2019).

⁴ International Strategy for Cyberspace: Prosperity, Security, and Openness in a Networked World [Электронный ресурс] // Obama White House Archive URL: https://obamawhitehouse.archives.gov/sites/default/files/rss_viewer/internationalstrategy_cyberspace.pdf/ (дата обращения 01 июля 2019).

⁵ National Cyber Strategy of the United States of America [Электронный ресурс] // The White House. URL: <https://www.whitehouse.gov/wp-content/uploads/2018/09/National-Cyber-Strategy.pdf/> (дата обращения 01 июля 2019).

справедливо и для глобальной кибервойны. Огромную роль в ядерном противостоянии играет сдерживание и баланс сил. Но в ИКТ-среде нельзя в полной мере снизить угрозу сдерживанием. Так, американский эксперт Дж. Най выделяет четыре способа сдерживания в киберпространстве: угроза наказания; восприятие через оборону; установление взаимозависимости; установление нормативных запретов [Nye 2016, pp. 54–55]. Возможность реализации этих способов не всегда очевидна. Так, несмотря на то что в военной доктрине США прописана возможность реагирования всеми доступными способами в случае значимого нападения через киберпространство, применение такого подхода ограничено опасностью непредсказуемой эскалации. Кроме этого, остаются нерешенными вопросы международно-правового характера, касающиеся реализации в этом конкретном случае права на самооборону в соответствии с Уставом ООН. Нет и международно принятых нормативных запретов. Второй предложенный способ предполагает наличие такой взаимозависимости между инфраструктурами государств, при которой нападение вызовет негативные последствия для нападающей стороны. Здесь достаточно указать, что на данном этапе нет необходимого количества серьезных исследований с оценкой реального уровня взаимозависимости, как и возможных последствий. Таким образом, единственным средством сдерживания на сегодняшний момент могли бы быть национальные системы киберобороны, но в реальности их развитие приводит к возникновению дилеммы безопасности и, как следствие, к гонке вооружений и росту напряженности.

Третий элемент пересечения двух концепций – необходимость и неизбежность международного сотрудничества для снижения угрозы. Это особенно актуально именно сейчас, когда система поддержания стратегической стабильности активно размывается, а система международной информационной безопасности еще не сформировалась окончательно. При этом новые дестабилизирующие факторы оказывают воздействие на обе системы. Это, прежде всего, специализированные ИКТ-инструменты, предназначенные для использования во враждебных военных целях, и применение в вооружении и военной технике элементов искусственного интеллекта.

Новые факторы информационной безопасности стратегической стабильности

Сегодня наблюдается повышенный интерес к возможности использования ИКТ-инструментов для воздействия на военные сети и системы, особенно на те, которые задействованы в поддер-

жании стратегической стабильности – системы контроля, управления и связи, системы предупреждения о ракетном нападении, системы управления и контроля пусковых установок МБР и противоракет. Эксперты⁶ сходятся во мнении, что потенциальная опасность и последствия деструктивного воздействия на указанные системы весьма значительны. Угроза возрастает пропорционально наращиванию темпов компьютеризации и внедрению в сферу деятельности военных новых ИКТ. В то же время необходимо понимать, что, ввиду секретности, объем доступной информации по используемым в этой сфере системам остается очень ограниченным. Соответственно, оценка реального совокупного уровня опасности представляется крайне затруднительной.

Ведущие государства мира уже активно ведут разработки в области использования ИИ как для гражданского, так и военного применения. США подробно изложили программу развития этого направления в докладе «Готовясь к будущему искусственного интеллекта», который вышел при Администрации Б. Обамы⁷. Среди прочих сценариев использования в докладе отмечено, что в области кибербезопасности ИИ способен обеспечить должную скорость, необходимую для обнаружения и реагирования на постоянно развивающиеся киберугрозы, а в области военного применения сыграть важную роль в сдерживании атак⁸. В 2018 г. была принята Стратегия Министерства обороны США в области искусственного интеллекта⁹, а для ее реализации создан Объединенный

⁶ *Unal B., Lewis P.* Cybersecurity of Nuclear Weapons Systems: Threats, Vulnerabilities and Consequences [Электронный ресурс] // Chatham house. URL: <https://www.chathamhouse.org/publication/cybersecurity-nuclear-weapons-systems-threats-vulnerabilities-and-consequences/> (дата обращения 01 июля 2019); *Abaimov S., Ingram P.* Hacking UK Trident: A Growing Threat [Электронный ресурс] // BASIC. URL: http://www.basicint.org/sites/default/files/HACKING_UK_TRIDENT.pdf/ (дата обращения 01 июля 2019); *Futter A.* Cyber Threats and Nuclear Weapons New Questions for Command and Control, Security and Strategy [Электронный ресурс] // Royal United Services Institute for Defence and Security Studies. URL: https://rusi.org/sites/default/files/cyber_threats_and_nuclear_combined.1.pdf/ (дата обращения 01 июля 2019).

⁷ Preparing for the future of artificial intelligence National Science and Technology Council Committee on Technology, Oct. 2016. [Электронный ресурс] // Obama White House. URL: https://obamawhitehouse.archives.gov/sites/default/files/whitehouse_files/microsites/ostp/NSTC/preparing_for_the_future_of_ai.pdf/ (дата обращения 01 июля 2019 г.).

⁸ *Op. cit.* P. 38.

⁹ Summary of the 2018 Department Of Defense Artificial Intelligence Strategy: Harnessing AI to Advance Our Security and Prosperity. 2018

центр искусственного интеллекта. В публичной версии этого документа выделены четыре направления работы: улучшение ситуационной осведомленности при принятии решений; повышение безопасности; обеспечение прогнозного профилактического обслуживания и снабжения; упорядочение бизнес-процессов. В документе также отмечено, что США необходимо перехватывать инициативу и быть лидерами в разработке и внедрении ИИ. На роль лидера в области развития ИИ также претендует и Китай, где в 2017 г. была принята долгосрочная стратегия развития ИИ до 2030 г.¹⁰. Важной особенностью, которая отличает подход Китая от подхода США, является совмещение усилий гражданских и военных специалистов в рамках концепции скоординированного развития экономики и строительства национальной обороны. Она способствует применению военных и гражданских научно-технических достижений, поощряет создание совместно используемых военных и гражданских инновационных ресурсов, а также формирует новую модель глубокой интеграции военного и гражданского развития.

Ожидается, что внедрение ИИ в системы вооружений и системы управления позволит резко повысить эффективность на всех уровнях принятия военно-политических решений. Бывший заместитель Министра обороны США Роберт Уорк, выступая на конференции, проведенной Центром стратегических и международных исследований, сказал, что внедряемая США «Третья стратегия компенсации» в технологическом плане опирается на пять ключевых областей:

системы с автономным обучением; совместное принятие решений человеком и машиной; вспомогательные действия при проведении операций людьми; операции с усовершенствованными пилотируемыми и беспилотными системами; а также подключенное к сетям автономное оружие и высокоскоростные снаряды [Ellman, Samp, Coll 2017, p. 3].

В «Третьей стратегии компенсации» планируется использование искусственного интеллекта и автоматизации для повыше-

[Электронный ресурс] // DOD. URL: <https://media.defense.gov/2019/Feb/12/2002088963/-1/-1/1/SUMMARY-OF-DOD-AI-STRATEGY.PDF/> (дата обращения 01 июля 2019).

¹⁰ 国务院关于印发 新一代人工智能发展规划的通知 [Уведомление о планировании развития искусственного интеллекта нового поколения, 8 июля 2017 г.] [Электронный ресурс] // The State Council of the People's Republic of China. URL: http://www.gov.cn/zhengce/content/2017-07/20/content_5211996.htm/ (дата обращения 01 июля 2019).

ния быстроедействие, увеличения дальности применения и уровня защиты сил и средств. Представляется, что малоуязвимое и высокоточное гиперзвуковое оружие, к тому же снабженное элементами искусственного интеллекта, способно изменить соотношение сил в системе стратегической стабильности. Кроме этого, по мнению некоторых исследователей,

технологии машинного обучения и автономности открывают возможность использовать ядерные боеприпасы (например, высокоточные ядерные бомбы пониженной мощности В61-12) для выполнения тактических задач и наоборот – решать задачи стратегического характера с применением нестратегических вооружений¹¹.

Проблематика использования кибероружия и систем искусственного интеллекта в военном деле со всей серьезностью, но пока без существенных практических результатов, обсуждается на международном уровне, в том числе на уровне ООН. Так, Группа правительственных экспертов по достижениям в сфере информатизации и телекоммуникаций в контексте международной безопасности (ГПЭ) ООН собиралась на протяжении 2004–2017 гг. пять раз.¹² Одним из наиболее значимых ее достижений можно назвать Доклад ГПЭ четвертого созыва (2015 г.)¹³, где сформулированы правила, принципы и нормы ответственного поведения государств в ИКТ-среде¹⁴. Данные правила, принципы и нормы не являются

¹¹ Козюлин В. Три группы угроз смертоносных автономных систем [Электронный ресурс] // РСМД. URL: <https://russiancouncil.ru/analytics-and-comments/analytics/tri-gruppy-ugroz-smertonosnykh-avtonomnykh-sistem/> (дата обращения 01 июля 2019).

¹² Изложение истории работы ГПЭ см., например: *Бойко С.М.* Группа правительственных экспертов ООН по достижениям в сфере информатизации и телекоммуникаций в контексте международной безопасности: взгляд из прошлого в будущее // *Международная жизнь*. 2016. № 8. С. 54–71.

¹³ В состав группы вошли представители Беларуси, Бразилии, Ганы, Германии, Египта, Израиля, Испании, Кении, Китая, Колумбии, Малайзии, Мексики, Пакистана, Республики Корея, Российской Федерации, Соединенного Королевства Великобритании и Северной Ирландии, Соединенных Штатов Америки, Франции, Эстонии и Японии.

¹⁴ Организация Объединенных Наций, Генеральная Ассамблея. Доклад Группы правительственных экспертов по достижениям в сфере информатизации и телекоммуникаций в контексте международной безопасности, документ А/70/174, 22 июля 2015 г. [Электронный ресурс] // ООН.

обязательными к исполнению, относясь к зоне так называемого «мягкого права» и тем не менее важны ввиду того, что их выработали и согласовали представители ведущих государств. Одной из задач ГПЭ, сформированной для работы в 2016–2017 гг., был поиск ответа на вопрос, как именно применять принципы существующего международного права, а также предложенные в 2015 г. нормы и правила, однако возникшие политические разногласия не позволили сторонам прийти к общим решениям [Карасев 2018, с. 237]. За неудачей ГПЭ в 2017 г. последовало разделение международного сообщества, результатом которого стало образование в 2018 г. двух объединений, которые продолжают обсуждение вопросов безопасности ИКТ-среды – Группы правительственных экспертов (создана по инициативе США) и Рабочей группы открытого состава (создана по инициативе России и Китая).

Подобным образом развивается и ситуация в рамках обсуждения смертоносных автономных систем оружия (САС). Несмотря на то что автоматизация и алгоритмизация систем и подсистем оружия началась более века назад (например, первые аналоговые вычислители для корабельной артиллерии появились в начале XX в.), сегодня вопросы, связанные с применением САС, обсуждаются на самых представительных международных форумах. Главным стимулом этих дискуссий является тенденция к делегированию искусственному интеллекту (ИИ) некоторой части полномочий оператора, касающейся принятия решений по боевому применению оружия. На первое место в дискуссиях выходит вопрос соблюдения ИИ принципов, заложенных в международном гуманитарном праве (таких как пропорциональность, избирательность и гуманность), а также ответственности ИИ за совершаемые им действия.

Обсуждение проблематики САС началось в 2014–2016 гг. в ходе неофициальных совещаний экспертов в рамках Совещания государств-участников по Конвенции о запрещении или ограничении применения конкретных видов обычного оружия, которые могут считаться наносящими чрезмерные повреждения или имеющими неизбирательное действие (КНО). На Пятой обзорной конференции по рассмотрению действия КНО, которая состоялась в 2016 г., Высокие Договаривающиеся Стороны приняли решение учредить Группу правительственных экспертов (ГПЭ) по смертоносным автономным системам, которая работала в 2017, 2018 и продолжила работу в 2019 г. Доклад 2017 г. подтвердил, что международное гуманитарное право продолжает в полной мере применяться

URL: <https://documents-dds-ny.un.org/doc/UNDOC/GEN/N15/228/37/pdf/N1522837.pdf?OpenElement/> (дата обращения 01 июля 2019).

ко всем системам оружия, включая потенциальную разработку и использование смертоносных автономных систем оружия¹⁵. Кроме этого, государства должны обеспечить ответственность за смертоносные действия любой системы оружия, используемой государственными силами в вооруженном конфликте, в соответствии с применимым международным правом, в частности международным гуманитарным правом.

Главным результатом заседаний ГПЭ по смертоносным автономным боевым системам в 2018 г. стало согласование десяти «Возможных руководящих принципов», которые могут лечь в основу регулирования проблематики САС¹⁶, однако в то же время ряд ключевых государств выступили против разработки и заключения юридически обязывающего документа, который бы ограничил или запретил разработку и использование смертоносных автономных боевых систем. Позиция России по вопросу САС изложена в выступлении директора Департамента по вопросам нераспространения и контроля над вооружениями МИД России В.И. Ермакова, который заявил, в частности, что «сохраняются сомнения в отношении дальнейших перспектив ГПЭ в условиях, когда отсутствуют действующие образцы таких систем, неопределенными остаются базовые характеристики и понятийный аппарат САС и наблюдается значительный разброс в подходах участников обсуждений к данной проблематике»¹⁷.

¹⁵ Пятая Конференция Высоких Договаривающихся Сторон КНО по рассмотрению действия Конвенции. Доклад неофициального совещания экспертов 2016 года по автономным системам оружия летального действия, документ CCW/CONF.V/2, 10 июня 2016 г. С. 18 [Электронный ресурс] // ООН. URL: <https://documents-dds-ny.un.org/doc/UNDOC/GEN/G16/117/18/pdf/G1611718.pdf> (дата обращения 01 июля 2019).

¹⁶ Отделение Организации Объединенных Наций в Женеве. Доклад сессии 2018 года Группы правительственных экспертов по вопросам, касающимся новых технологий в сфере создания смертоносных автономных систем вооружений, документ CCW/GGE.1/2018/3, 23 окт. 2018 г. С. 4–5 [Электронный ресурс] // ООН. URL: <https://undocs.org/ru/CCW/GGE.1/2018/3> (дата обращения 01 июля 2019).

¹⁷ МИД России, Выступление руководителя делегации Российской Федерации, директора Департамента по вопросам нераспространения и контроля над вооружениями МИД России В.И. Ермакова на Совещании государств-участников Конвенции о «негуманном» оружии по п. 7 повестки дня «Общий обмен мнениями», Женева, 21 нояб. 2018 г. [Электронный ресурс] // МИД РФ. URL: http://www.mid.ru/web/guest/obysnyevoozuzhenia/-/asset_publisher/MJdOT56NKIk/content/id/3415655 (дата обращения 01 июля 2019).

Эволюция рисков цифровизации

В настоящее время цифровизация является одним из главных трендов мирового развития. Более того, если еще несколько лет назад говорили в основном о цифровой экономике, то сегодня разнообразные цифровые технологии стремятся внедрить во все сферы общественной жизни: экономическую, производственную, научно-техническую, образовательную, культурную, управленческую и т. д. При этом разработчики таких инновационных продуктов всячески превозносят положительные эффекты от их внедрения – не всегда понимая, а иногда и специально замалчивая возникающие риски.

Первый этап внедрения новой цифровой технологии состоит в «оцифровывании» той области общественной жизни, для которой предназначена технология, и создания грандиозных по масштабу банков данных, объединенных в не менее грандиозные локальные и глобальные сети. В этих безбрежных океанах информации «работают» с самыми разными целями миллионы различных алгоритмов поиска, выбора, классификации, переработки, подмены и защиты информации. Фактически в информационном/кибер пространстве идет невидимая война математических моделей и алгоритмов, потому что хищение личных и корпоративных данных давно стало прибыльным бизнесом. За последние десятилетия достоянием общественности стало немало примеров скандальных эпизодов этой войны. Если говорить в обобщенном, интегральном смысле, то сущность возникающих рисков заложена в самой природе цифровых технологий. Любая цифровая технология в той или иной степени основана на определенных математических моделях и алгоритмах работы с информацией, в том числе и на математических моделях безопасности. Ни по одной из цифровых технологий нет доказательств, что они безопасны в математическом смысле. При этом понятие «безопасность продукта» не тождественно понятию «безопасность алгоритма» и, как правило, находится на более низком уровне.

Утечка данных – это только один из рисков массовой цифровизации, который у всех на слуху. В теории и практике обеспечения информационной безопасности имеется большое количество различных классификаций угроз по механизмам реализации, целям, уровню опасности и т. д. [Казарин, Шаряпов, Яценко 2018]

Оружие когнитивного воздействия

В отличие от кибероружия, которое может являться как самостоятельным элементом новой формулы военно-стратегической стабильности, так и фактором воздействия на стратегическую стабильность, искусственный интеллект сам по себе является не оружием, а интеллектуальной системой, реализуемой на основе аппаратно-программных ИКТ комплексов. Важнейшей характеристикой «умных» боевых систем является степень автономности или, другими словами, объем тех функциональностей (боевых), которые передаются от человека к «интеллектуальной составляющей» системы. В «интеллектуальную составляющую» заложены определенные математические модели и алгоритмы, в том числе и принятия решений в той области, которая делегирована системе от человека. Задачей ИИ является обработка получаемой информации и информирование оператора или принятие решения о самостоятельных действиях. Развивая данный вывод, можно утверждать, что внедрение искусственного интеллекта в системы вооружений создает новый вектор реализации угроз информационной безопасности.

Среди экспертов, занимающихся вопросами международной информационной безопасности и кибербезопасности, закрепились несколько понятий, отражающих определенные инструменты, которые могут быть использованы для реализации угроз информационной и кибербезопасности: кибероружие и информационное оружие. Ввиду отсутствия общепринятого определения этих понятий зачастую можно встретить и описательное словосочетание «специализированные ИКТ-средства».

Указанные понятия в целом отражают основные угрозы, выделяемые в концепциях информационной и кибербезопасности. Так, приставка «кибер» указывает на информационно-технический характер угроз (связанный, в том числе, с получением несанкционированного доступа к сетям и системам), а слово «информационный» добавляет к ним угрозы информационно-гуманитарного характера (то есть оказывающие влияние на сознание). В «Соглашении между правительствами государств-членов ШОС о сотрудничестве в области обеспечения международной информационной безопасности»¹⁸ приведено следующее определение «информаци-

¹⁸ Соглашение между правительствами государств-членов Шанхайской организации сотрудничества о сотрудничестве в области обеспечения международной информационной безопасности от 16 июня 2009 года [Электронный ресурс] // База данных «Законодательство стран СНГ». URL: http://base.spinform.ru/show_doc.fwx?rgn=28340 (дата обращения 01 июля 2019).

онного оружия»: «информационные технологии, средства и методы, применяемые в целях ведения информационной войны» – «противоборства между двумя или более государствами в информационном пространстве с целью нанесения ущерба информационным системам, процессам и ресурсам, критически важным и другим структурам, подрыва политической, экономической и социальной систем, массивной психологической обработки населения для дестабилизации общества и государства, а также принуждения государства к принятию решений в интересах противоборствующей стороны». Очевидно, что в рамках данного определения под понятие «информационное оружие» может попасть практически любая ИКТ. Кроме этого, проблемным является употребление слова «война», которое здесь означает особое состояние взаимоотношений между двумя и более государствами, – в то время как информационное оружие очевидно может применяться не-государствами против не-государств. Например, на международной встрече высоких представителей, курирующих вопросы безопасности, заместитель секретаря Совета безопасности РФ Юрий Коков заявил, что «наступает эра технологического и цифрового терроризма, который по масштабам последствий уже в ближайшее время может быть сопоставим с оружием массового уничтожения». Он также добавил, что «очень важно в сфере безопасности, объединив усилия, соответствовать современным вызовам, связанным с информатизацией, с цифровизацией, с созданием искусственного интеллекта, квантовых компьютеров и других технологий».

Угрозы искусственному интеллекту носят характер как информационно-технических, или киберугроз, так и информационно-гуманитарных, то есть направленных на злонамеренное использование изъянов, имеющихся в алгоритмах мышления искусственного интеллекта. Из этого следует, что для обеспечения информационной безопасности систем искусственного интеллекта будет недостаточно тех методов и средств защиты, которые были разработаны для защиты от киберугроз. Представляется, что необходимо определить новое, более узкое понятие для той категории специализированных ИКТ-инструментов, которые позволяют осуществлять воздействие на сознание – как естественное, так и искусственное. Они являются «оружием когнитивного воздействия» – совокупностью средств влияния на естественные (природные) и искусственные (созданные человеком) адаптивные алгоритмы обработки и усвоения информации. Введение этого нового понятия поможет устранить сложившуюся понятийную асимметрию и под ИКТ-инструментами понимать кибероружие и оружие когнитивного воздействия, а также откроет путь к исследованию этой специфической проблематики. Кроме этого, станет возможным более осоз-

нано говорить о гибридном, кибер-когнитивном оружии, действие которого основано на вторжении через киберпространство с целью когнитивного воздействия.

Заключение

Вчера никто не подумал о безопасности технологий завтрашнего дня, которые применяются уже сегодня.

По итогам вышеизложенного рассмотрения новых факторов, обладающих потенциально дестабилизирующим воздействием на устойчивость системы международных отношений, можно сделать следующие выводы.

Во-первых, синергетический эффект от взаимовлияния новых факторов создает комплексные, многоуровневые угрозы. Так, на нижнем уровне искусственный интеллект даже на существующем уровне развития подвержен угрозам, исходящим из ИКТ-среды, при этом когнитивным в большей степени, чем кибернетическим, так как обработка поступающей извне информации является одной из его ключевых задач. При использовании элементов ИИ в системах, обеспечивающих стратегическую стабильность, эта угроза может трансформироваться в угрозу начала непреднамеренного конфликта, в том числе с применением ядерного оружия.

Во-вторых, несмотря на декларируемую всеми сторонами приверженность идеям мирного сосуществования и разоружения, объективной тенденцией является освоение передовыми государствами новейших технологий, в том числе в интересах наращивания военного потенциала. При этом военно-политические и в некоторых случаях экономические интересы государств тормозят взаимодействие даже по тем вопросам, которые представляют общий интерес.

В-третьих, несмотря на сложившиеся рамки стратегической стабильности и формирующиеся черты международной информационно-безопасности, вопросы регулирования новых дестабилизирующих факторов до сих пор не решены, в том числе и ввиду выше обозначенных военно-политических противоречий. Запрос на регулирование этой сферы межгосударственных отношений существует, однако достаточно сложно оценить его перспективы и возможные формы.

ИКТ вызвали у человечества опасную, но одновременно и жизненно важную на данном этапе социально-экономического развития зависимость. Активно внедряя передовые технологии без глубинного научного, а также политического и правового осмысления последствий возникающей зависимости от этих технологий, мы

добровольно рискуем, иногда значительно, нашей безопасностью. При этом оценка влияния, которое оказывают или могут оказать милитаризованные ИКТ-средства и автономное оружие на стратегическую стабильность и военный баланс в целом, является до сих пор нерешенной задачей. Анализ существующих тенденций свидетельствует о том, что со временем ядерная триада может стать существенно более уязвимой для кибер- и когнитивного воздействия. Это означает, что нужно активно и всесторонне готовиться к тому моменту, когда такие уязвимости смогут себя проявить. Иначе цена ошибки может оказаться неоправданно высокой.

В перспективе ученым и экспертам также предстоит ответить на многие другие трудные и неудобные вопросы, относящиеся к применению ИИ в военном деле и внедрению в него соответствующих морально-этических ограничений. В частности, совершенно очевидно, что на сегодняшний день невозможно предугадать то, каким образом достаточно развитый ИИ будет *интерпретировать* заложенные в него ограничения и что он будет понимать под военной необходимостью.

Литература

- Арбатов, Дворкин, Пикаев, Ознобищев 2010 – *Арбатов А.Г., Дворкин В.З., Пикаев А.А., Ознобищев С.К.* Стратегическая стабильность после холодной войны. М.: ИМЭМО РАН, 2010. 60 с.
- Вилловатых 2019 – *Вилловатых А.В.* Искусственный интеллект как фактор военной политики будущего // Проблемы национальной стратегии. 2019. № 1 (52).
- Казарин, Шаляпов, Яценко 2018 – *Казарин О.В., Шаляпов Р.А., Яценко В.В.* Многофакторная классификация угроз информационной безопасности киберфизических систем // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2018. № 1 (1). С. 39–55.
- Карасев 2018 – *Карасев П.А.* Милитаризация киберпространства // Безопасность и контроль над вооружениями 2017–2018: Преодоление разбалансировки международной стабильности. М.: ИМЭМО РАН; Политическая энциклопедия, 2018.
- Ellman, Samp, Coll 2017 – *Ellman J., Samp L., Coll G.* Assessing the Third Offset Strategy, Mar. 2017 [Электронный ресурс] // CSIS. URL: https://csis-prod.s3.amazonaws.com/s3fs-public/publication/170302_Ellman_ThirdOffsetStrategySummary_Web.pdf (дата обращения 01 июля 2019).
- Nye 2016 – *Nye J.S.Jr.* Deterrence and Dissuasion in Cyberspace // International Security. 2016. Vol. 41, no. 3.

References

- Arbatov, A.G., Dvorkin, V.Z., Pikaev, A.A. and Oznobyshev, S.K. (2010), *Strategicheskaya stabil'nost' posle kholodnoi voiny* [Strategic stability after the Cold War], IMEMO of RAS, Moscow, Russia.
- Ellman, J., Samp, L. and Coll, G. (2017), "Assessing the Third Offset Strategy, Mar. 2017", *CSIS* [Online], available at: https://csis-prod.s3.amazonaws.com/s3fs-public/publication/170302_Ellman_ThirdOffsetStrategySummary_Web.pdf (Accessed 01 July 2019)
- Kazarin, O.V., Sharyapov, R.A. and Yashchenko, V.V. (2018), "Multifactorial classification of threats to information security of cyber-physical systems", *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information Security. Mathematics" Series*, vol. 1 (1), pp. 39-55.
- Karasev, P.A. (2018), "The Militarization of Cyberspace", *Bezopasnost' i kontrol' nad vooruzheniyami 2017–2018: Preodolenie razbalansirovki mezhdunarodnoi stabi'nosti* [Security and Arms Control 2017-2018: Overcoming the imbalance of international stability], IMEMO of RAS; Political Encyclopedia, Moscow, Russia.
- Nye, J. S. Jr. (2016), "Deterrence and Dissuasion in Cyberspace", *International Security*, vol. 41, no. 3.
- Vilovatykh, A.V. (2019), "Artificial intellect as a factor in military policy of the future", *Problems of National Strategy*, vol. 1 (52).

Информация об авторах

Павел А. Карасев, кандидат политических наук, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; 119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1; Институт мировой экономики и международных отношений РАН, Москва, Россия; 117997, Россия, Москва, Профсоюзная ул., 23; karpaul@iisi.msu.ru

Валерий В. Яценко, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия; 119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1; iisi@iisi.msu.ru

Information about the authors

Pavel A. Karasev, Cand. of Sci. (Political Sciences), Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; bld. 1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; Institute of World Economy and International Relations of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; bld. 23, Profsoyuznaya Str., Moscow, 117997, Russia; karpaul@iisi.msu.ru

Valery V. Yashchenko, Cand. of Sci. (Physics and Mathematics), senior researcher, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia; bld. 1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russia; iisi@iisi.msu.ru

Защита государственных секретов в Чешской Республике

Ирина А. Русецкая

*Российский государственный гуманитарный университет,
Москва, Россия, irkom@mail.ru*

Аннотация. Статья посвящена анализу истории и современной системе защиты государственной тайны в Чехии. Рассматриваются развитие понятия «государственные секреты»; классификация информации, составляющей государственные секреты; выделяются основные подходы к организации доступа к сведениям, относящимся к различным степеням секретности; анализируются отдельные положения уголовного законодательства Чешской Республики, определяющие ответственность за преступления, связанные с нарушением режима защиты государственных секретов; исследуются цели и функции отдельных государственных органов Чешской Республики, обеспечивающих защиту государственных секретов, в частности, Национального управления безопасности и Службы информационной безопасности Чешской Республики в области защиты государственных секретов. В данной статье анализируются основные категории сведений, которые могут быть отнесены к информации, составляющей государственные секреты Чешской Республики. Отдельное внимание автор уделяет рассмотрению и характеристике тенденций развития защиты секретных сведений, имеющих отношение к безопасности Чешского государства, которые связаны с внутривластными переменами, направленными на предоставление свободного доступа к различным видам информации, с внешнеполитическими изменениями, а также с необходимостью эффективной защиты объектов информатизации, информационных и телекоммуникационных систем в Чешском государстве.

Ключевые слова: информационная безопасность, государственная тайна, Чешская Республика, защита секретных сведений

Для цитирования: Русецкая И.А. Защита государственных секретов в Чешской Республике // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2019. № 3. С. 36–50 DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-36-50

Protection of state secrets in the Czech Republic

Irina A. Rusetskaya

*Russian State University for the Humanities,
Moscow, Russia, irkom@mail.ru*

Abstract. This article analyzes the history and the modern system of protection of state secrets in Czech Republic. It considers the development of the concept of “state secrets”, the classification of information constituting state secrets, highlights the main approaches to providing access to information relating to various degrees of secrecy and analyzes certain provisions of the criminal law of the Czech Republic, determining responsibility for crimes related to violation of the protection of state secrets. The author also studies the objectives and functions of certain state agencies of the Czech Republic, ensuring the protection of state secrets, in particular, The National Security Directorate and the Information Security Service of the Czech Republic in the field of the protection of state secrets. In the article there is an analysis of the main categories of information that can be attributed to information constituting state secrets of the Czech Republic. The author specially focuses on the consideration and characterization of the development trends for the protection of classified information related to the security of the Czech state, which are associated with internal political changes aimed at providing free access to various types of information, with foreign policy changes, as well as with the need for effective protection of the informatization objects, and of the information and telecommunication systems in the Czech state.

Keywords: information security, state secrets, Czech Republic, secrecy protection

For citation: Rusetskaya, I.A. (2019), “Protection of state secrets in the Czech Republic”, *RSUH/RGGU Bulletin. “Information Science. Information Security. Mathematics” Series*, vol. 3, pp. 36-50. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-36-50

Введение

Чехия имеет давние политические и экономические связи с Россией. С середины XX в. оба государства развивались в рамках схожей модели государственного устройства и управления, что проявилось, в частности, в создании систем защиты государственной тайны.

За последнее время Чешской Республике удалось эффективно реформировать свои государственные структуры и законодательство, став одной из развитых стран Центральной Европы. Значительные изменения затронули и сферу защиты государственных секретов.

Целью данной работы является анализ современного правового и организационного обеспечения защиты государственной тайны в Чешской Республике.

Поскольку в небольшой работе невозможно осветить все аспекты организации защиты государственных секретов в Чешской Республике, в настоящей статье будут проанализированы следующие вопросы:

- краткая история создания системы защиты государственной тайны в Чехии;
- развитие понятия «государственная тайна», «государственные секреты»;
- классификация информации, составляющей государственную тайну;
- основные подходы к организации доступа к сведениям, относящимся к различным степеням секретности;
- основные цели и функции Национального управления безопасности и Службы информационной безопасности Чешской Республики в области защиты государственных секретов;
- анализ отдельных положений Уголовного кодекса Чешской Республики, предусматривающих наказания за преступления, связанные с нарушением режима защиты государственных секретов.

Особенности защиты государственных секретов в Чешской Республике

Понятие государственной тайны впервые в истории Чешского государства появилось в 1923 г. в связи с изданием закона «Об охране республики». При этом понятие государственной тайны было сформулировано довольно расплывчато: под государственной тайной понимались «сведения, обстоятельства или предмет, которые правительство считает нужным сохранить в секрете от других государств»¹. При этом правительством не был издан перечень сведений, составляющих государственную тайну, и никаким нормативно-правовым постановлением не были сформулированы критерии для классификации информации. Единственным исключением можно считать выделение некоторых промышленных предприятий как объектов, важных для обороны страны, из чего вытекало требование защиты информации, связанной с данным производством².

¹ Zákon č. 50/1923 Sb., na ochranu republiky.

² Nařízení vlády č. 197/1936 Sb., o podnicích důležitých pro obranu státu.

В 1948 г. был принят закон «Об охране народно-демократической республики»³, одной из основных направленностей которого было подавление политического инакомыслия и защита нового режима, установленного в Чехословакии под непосредственным влиянием СССР после Второй мировой войны.

В этом законе определение государственной тайны было немного расширено: были определены области, в которых могли возникнуть сведения, относимые к государственной тайне. Это области военных, политических и экономических интересов республики.

Уголовные меры по защите государственной тайны содержал также Уголовный кодекс, принятый в 1950 г., в котором государственная тайна определялась очень широко: «Под государственной тайной понимается все, что должно быть скрыто от лиц, не имеющих санкционированного доступа к сведениям в интересах республики, прежде всего в политических, военных и экономических интересах»⁴. Согласно Уголовному кодексу 1950 г. за шпионаж, разглашение и выдачу государственной тайны могла грозить смертная казнь, что проявилось в политических процессах 1950-х гг. в Чехословакии.

Уголовный кодекс 1961 г.⁵ включал в себя практически схожее с вышеприведенным определение государственной тайны и определял меры уголовного наказания за шпионаж, разглашение государственной тайны ЧССР, а также за шпионаж и разглашение государственной тайны стран социалистического блока. При этом до начала 1970-х гг. не был опубликован перечень сведений, составляющих государственную тайну. Это создавало возможность неоправданных карательных действий со стороны властей.

В 1971 г. был принят новый Федеральный закон⁶, в котором нашли отражение назревшие требования определения круга сведений, которые могут быть отнесены к государственной тайне и ответственности за ее сохранение. Таким образом, этот закон, принятый в рамках процесса так называемой «нормализации» общественной жизни в Чехословакии, стал шагом вперед на пути обеспечения правовой точности и эффективного управления институтом государственной тайны.

Согласно требованиям этого закона, правительство должно было открыто опубликовать перечень сведений, составляющих

³ Zákon Č. 231/1948 Sb., na ochranu lidově-demokratické republiky.

⁴ Zákon č. 86/1950 Sb., trestní zákoník.

⁵ Trestní zákon č. 140/1961 Sb.

⁶ Zákon č. 102/1971 Sb., o ochraně státního tajemství.

государственную тайну⁷. Благодаря этому каждому гражданину Чехословакии, вне зависимости от того, был ли он допущен к сведениям, составляющим государственную тайну, могло стать известно, какие группы сведений государство считает необходимым засекречивать.

Этот закон с изменениями и дополнениями разных лет пережил демократические перемены 1989 г. в Чешском государстве и просуществовал вплоть до 1998 г.

В 1998 г. был принят закон «О защите государственных секретов»⁸. Чешская Республика (далее – ЧР), идя по пути необратимых демократических перемен, отказалась от термина «государственная тайна», который ранее был выбран по аналогии с соответствующим термином советского законодательства⁹.

Под государственными секретами понимались секреты, несанкционированное обращение с которыми могло принести вред интересам ЧР или интересам, защиту которых ЧР должна обеспечивать, или могло быть невыгодно для этих интересов. Под интересами ЧР понималось сохранение государственного суверенитета, целостности государственных границ, обеспечение обороны государства, безопасности общества, защита важнейших экономических и политических интересов, охрана жизни и здоровья граждан. Под нанесением вреда ЧР понималось такое нарушение интересов ЧР или интересов, которые ЧР обязана обеспечивать, последствия которых не могут быть устранены или могут быть минимизированы только последующими мерами.

Закон обозначил также органы государственной власти, на которые должна была быть возложена задача создания и публикации перечня, а именно Национальное управление безопасности, правительство и ряд государственных ведомств.

Закон 1998 г., установив требования к организациям и лицам, допущенным к государственным секретам, ввел режим проверок выполнения этих требований, так называемый институт проверок безопасности.

Позднейшие изменения и дополнения, внесенные в этот закон, касались также технических требований к объектам, технологиям и информационным системам, связанным с защитой информации.

⁷ Nařízení vlády č. 419/1990 Sb., o základních skutečnostech tvořících předmět státního tajemství.

⁸ Zákon č. 148/1998 Sb., o ochraně utajovaných skutečností.

⁹ В чешском оригинале используется понятие “utajované skutečnosti” (в дословном переводе «скрываемые сведения»), которое на русский язык может быть условно переведено термином «государственные секреты».

К государственным секретам могли быть отнесены следующие сведения:

- об обеспечении обороноспособности и безопасности ЧР; о государственных материальных ресурсах;
- о ввозе и вывозе образцов вооружения и военной техники;
- об обработке и передаче сведений в компьютерных и информационных системах;
- о проектировании, совершенствовании, производстве военных и оборонных систем и оборудования;
- об охране определенных физических лиц, предметов и объектов;
- о подготовке и реализации военных транспортировок или перемещении президента республики и представителей иностранных государств;
- об обеспечении общественной безопасности;
- об организационных структурах информационных служб и формирований полиции ЧР;
- о принадлежности к информационным службам и полицейским формированиям ЧР;
- об использовании средств получения информации, в том числе, специальных, информационными службами или средствами оперативной техники, а также оперативно-розыскных средств полицией ЧР и таможенными органами;
- о формах, методах и розыскных мероприятиях информационных служб, направленных на получение, сбор и анализ информации;
- о данных информационных служб, хранящихся в целях выполнения возложенных на эти службы задач;
- о сотрудничестве информационных служб республики с информационными службами иностранных государств;
- о деятельности полиции ЧР при раскрытии уголовных преступлений и розыске их виновников, и мероприятиях, проводимых с этими целями информационными службами;
- о финансовом и материально-техническом обеспечении информационных служб и формирований полиции ЧР;
- о научно-технических и технологических исследованиях, создании, производстве и совершенствовании материалов и технологий в определенных областях;
- о защите ядерного и химического оборудования, транспортировке и размещении ядерных материалов, вредных и взрывчатых веществ;

- о мероприятиях, проводимых таможенными органами;
- о подготовке и проведении государственных финансовых операций;
- о размещении, транспортировке и способах пополнения запасов денежных средств, драгоценных металлов, валютных резервов в золоте и девизных векселях;
- о банковских операциях и финансовом рынке;
- о внешних задолженностях ЧР и способах их ликвидации;
- о подготовке амнистии президентом республики;
- об исследовании, создании, производстве и использовании средств защиты государственных секретов;
- о международных соглашениях и договорах, поскольку этого требуют их условия или решения договаривающихся сторон.

Таким образом, указанный закон рассматривал категории сведений, которые могут быть отнесены к государственным секретам, в достаточно общем виде и предоставлял широкие возможности для засекречивания информации. В этой связи следует особо отметить тот факт, что в рассматриваемом законе отсутствовал перечень сведений, которые не могут быть отнесены к государственной тайне, что позволяло существенно расширять перечень этих сведений [Dvořák, Chrobák 2018].

В настоящее время основным законом, регулирующим защиту государственных секретов, является закон «О защите государственных секретов и информационной безопасности», принятый в 2005 г.¹⁰

Проблемы защиты государственных секретов также затронуты в ряде других законодательных актов, таких, например, как закон «О свободном доступе к информации»¹¹ и др.

Существуют также международные соглашения чешского правительства с правительствами иностранных государств, в том числе с Российской Федерацией, о взаимной защите секретной информации в ходе политического, экономического, военного, научно-технического и иного сотрудничества между странами.

Под информацией, составляющей государственные секреты, закон понимает

информацию, выраженную в любой форме, отображенную на любом носителе, определенную в соответствии с данным законом, разглашение или несанкционированное использование которой

¹⁰ Zákon č. 412/2005 Sb., o ochraně utajovaných informací a o bezpečnosti způsobilosti.

¹¹ Zákon č. 106/1999 Sb., o svobodném přístupu k informacím.

может нанести ущерб интересам Чешской республики или нести угрозу этим интересам и которая приведена в перечне сведений, составляющих государственные секреты¹².

Ущерб интересам ЧР по важности делится на особо серьезный, серьезный ущерб и ущерб интересам ЧР.

Защиту государственных секретов обеспечивают:

- безопасность, обусловленная выбором физических лиц, которым предоставляется доступ к государственным секретам, их обучением и охраной;
- промышленная безопасность, которая создает условия для организации доступа предпринимателей к государственным секретам и работе с ними;
- административная безопасность, которая создает систему защиты государственных секретов при создании, хранении, обработке, копировании и передаче информации;
- физическая безопасность, которая создает условия, помогающие обеспечить защиту государственных секретов при попытках ее несанкционированного получения или разглашения;
- безопасность информационных и коммуникационных систем, позволяющая создать меры, целью которых является обеспечение надежности, целостности и доступности государственных секретов, которая связана с этими системами, а также ответственность допущенных лиц за использование этих информационных или коммуникационных систем;
- криптографическая защита, то есть защита государственных секретов с использованием криптографических методов и средств при обработке, хранении или передаче информации [Musil 2001].

В ЧР существуют следующие степени секретности информации:

- «совершенно секретно» – информация, несанкционированное использование которой может нанести особо серьезный ущерб интересам страны;
- «секретно» – информация, несанкционированное использование которой может нанести серьезный ущерб интересам страны;
- «конфиденциально» – информация, несанкционированное использование которой может нанести ущерб интересам страны;
- «для служебного пользования» – информация, несанкционированное использование которой может быть невыгодно для интересов ЧР.

¹² Zákon č. 412/2005 Sb., o ochraně utajovaných informací a o bezpečnosti způsobilosti, § 2a.

Степени конфиденциальности информации в ЧР и РФ сопоставляются следующим образом¹³:

В Чешской Республике	В Российской Федерации
“Přísně tajné”	«Совершенно секретно»
“Tajné”, “Důvěrné”	«Секретно»
“Vyhrazené”	«Для служебного пользования»

Секретной информации со степенью секретности “Tajné” и “Důvěrné” соответствует гриф «Секретно».

Доступ к информации с пометкой «Для служебного пользования» может иметь дееспособное физическое лицо, достигшее 18 лет и не имеющее судимостей, на основании действующего допуска к информации соответствующей степени секретности в случае, если такой доступ требуется для выполнения этим лицом своих служебных обязанностей.

Для доступа к информации с грифами «совершенно секретно» и «секретно» существуют дополнительные требования:

- 1) указанное лицо обязано иметь гражданство ЧР, или быть гражданином одного из государств Европейского союза, или государств-членов НАТО;
- 2) это лицо должно быть психологически пригодным к работе с государственными секретами, что удостоверяется либо его заявлением, либо на основании результатов психологического тестирования;
- 3) указанное лицо должно быть признано достаточно благонадежным для работы с информацией, составляющей государственные секреты, что подразумевает, что указанное лицо не должно было заниматься деятельностью, нарушающей интересы ЧР, а также основных прав и свобод человека и гражданина. В частности, умышленно не нарушало законодательные нормы ЧР, не занималось разведывательной и контрразведывательной деятельностью и не сотрудничало с органами безопасности Чехословакии; не имело связей с лицами, деятельность которых противоречила интересам ЧР, не имело нарушений в работе с государственными секретами, не имело явных завышенных требований к материальному достатку.

¹³ Соглашение между Правительством Чешской Республики и Правительством Российской Федерации о взаимной защите секретной информации, 2003.

После принятия закона 2005 г. постановлением Правительства ЧР был также утвержден перечень сведений, относящихся к государственным секретам¹⁴. В перечне перечислены категории сведений общего характера, а также категории сведений в 17 областях, относящиеся к компетенции различных государственных органов, министерств, ведомств, информационных служб, предприятий.

К сведениям общего характера, которые могут представлять собой государственные секреты, относятся следующие сведения:

1. Информация из области управления чрезвычайными ситуациями и планирования обороны государства.
2. Информация и документы, связанные с мобилизацией оборонных сил ЧР.
3. Методы обеспечения безопасности важнейших государственных объектов.
4. Международные договоры и соглашения, протоколы и другая информация из области международного сотрудничества, если это установлено договаривающимися сторонами.
5. Информация, предоставленная иностранными государствами и имеющая правовой статус государственной тайны.
6. Сведения, содержащие государственные секреты стран Организации Североатлантического договора и Европейского Союза, либо других стран, если это соответствует положениям международных договоров, подписанных ЧР.
7. Важная политическая, экономическая информация или информация, касающаяся безопасности в области международных отношений.
8. Информация о подготовке, использовании и последствиях использования оперативно-разыскных мероприятий.
9. Информация о подготовке прослушивания и списке донесений.
10. Сведения о методах и способах проведения оперативно-разыскных мероприятий.
11. Информация о технических средствах и оборудовании, обеспечивающем реализацию оперативно-разыскных мероприятий, об их организации и результатах, включая техническую документацию, информацию об их подготовке и финансовом обеспечении.
12. Методы и способы обнаружения несанкционированного использования технических средств получения информации.
13. Информация об организации фельдъегерской связи.
14. Информация о результатах оперативно-разыскных мероприятий.

¹⁴ Přílohy k nařízení vlády č. 522/2005 Sb., kterým se stanoví seznam utajovaných informací, ve znění nařízení vlády č. 240/2008 Sb.

Согласно § 316–318 Уголовного кодекса ЧР, принятого в 2009 году¹⁵, за действия, направленные на нарушение безопасности ЧР, предусмотрена строгая уголовная ответственность.

Например, за незаконную выдачу, сбор, получение с целью выдачи иностранному государству информации, составляющей государственные секреты, несанкционированное использование которой может нанести существенный вред принципам управления, суверенитету, территориальной целостности, обороноспособности и безопасности ЧР, другого государства, а также обороноспособности и безопасности международных организаций, обязательствами по защите информации которых в определенных областях связана ЧР, гражданин наказывается лишением свободы на срок от двух до восьми лет.

Также наказывается лицо, которое становится соучастником или содействует указанным преступлениям, а также является членом организации, целью которой является добывание государственных секретов.

Лишением свободы на срок от восьми до 15 лет также наказываются лица, совершившие указанные действия в одиночку или являясь членами организации, целью которой является сбор информации с грифом «Совершенно секретно».

Лишением свободы на срок от 12 до 20 лет наказываются лица, совершившие указанные действия в условиях войны или иных чрезвычайных для государства обстоятельствах.

Лицо, выведывающее государственные секреты с целью предоставить секретную информацию лицам, собирающим такие сведения, наказывается лишением свободы на срок до трех лет или запретом на ведение определенной деятельности.

Лишением свободы на срок от двух до восьми лет наказывается тот, кто выдал лицу, не имеющему санкционированного доступа к государственным секретам, сведения с грифом «Совершенно секретно», «Секретно».

Лишением свободы на срок 5–12 лет наказывается лицо, совершившее подобные действия, если информация касается обороноспособности ЧР и имеет гриф «Совершенно секретно», или если указанные действия совершены в условиях войны или иных, чрезвычайных для государства обстоятельствах.

Лицо, по неосторожности создающее угрозу безопасности информации с грифами «Совершенно секретно» или «Секретно», наказывается лишением свободы на срок до трех лет или лишением права заниматься определенной деятельностью.

¹⁵ Zákon č. 40/2009 Sb., Trestní zákoník.

Компетентным органом, ответственным за координацию деятельности в области защиты государственных секретов в ЧР, является Национальное управление безопасности. Организация с таким названием была создана в 1998 г. после принятия закона «О защите государственных секретов».

Национальное управление безопасности (далее – НУБ) выполняет следующие основные функции:

- принимает решение об организации допуска физических лиц, предпринимателей к информации, составляющей государственные секреты, а также организует выдачу разрешений на работу с этой информацией и прекращение такой работы;
- выполняет задачи в области защиты государственных секретов в связи с выполнением принятых международных обязательств, в том числе связанных с членством ЧР в Европейском союзе и НАТО;
- в установленных законодательством случаях осуществляет предоставление информации, составляющей государственные секреты, в рамках международных отношений;
- осуществляет государственный контроль защиты государственных секретов и назначает санкции за невыполнение требований законодательства в этой области;
- организует работу Национального центра коммуникационной безопасности, Национального центра дистрибьюции криптографических материалов, Национального центра изучения побочных электромагнитных излучений и Национального центра безопасности информационных систем;
- проводит сертификацию технических средств и информационных систем обеспечения безопасности, а также криптографических средств и систем;
- обеспечивает совершенствование и производство созданных в ЧР криптографических средств;
- утверждает стандарты шифрования данных и формирует основные принципы национальной политики в области криптографической защиты информации.

Директором НУБ с февраля 2017 года по настоящее время является Йиржи Ланг.

Организационную структуру НУБ можно представить в следующем виде.

В подчинение директора входят следующие отделения:

- канцелярия директора, куда входят отдел персонала и отдел безопасности;
- секция правового обеспечения, куда входят экономический отдел и юридический отдел;

- техническая секция, куда входят отдел административной и персональной безопасности и отдел коммуникационных и информационных систем;
- секция управления безопасностью, куда входят 1–4 отделы персональной безопасности и доступа к информации, которые занимаются принятием решений о допуске конкретных лиц к государственным секретам, отдел промышленной безопасности, отдел конфиденциального делопроизводства.

В состав НБУ некоторое время входил также Национальный центр кибернетической безопасности, созданный в октябре 2011 г., целью которого является координация мер противодействия кибератакам на национальном и международном уровнях. С момента своего основания Центр работал, помимо прочего, над созданием закона «О кибернетической безопасности», который был принят в 2014 г.¹⁶

С 2017 г. Национальный центр кибернетической безопасности стал самостоятельным учреждением, получившим название Национальный центр кибернетической и информационной безопасности. Он является основным органом обеспечения кибербезопасности. Его подразделением, организующим защиту государственных секретов в сфере информационных и телекоммуникационных систем, а также криптографической защиты информации, является Отдел безопасности информационных и коммуникационных технологий.

Директором Центра кибернетической безопасности с 2017 г. по настоящее время является Душан Навратил, который в 2006–2017 гг. возглавлял НУБ и во многом способствовал стабилизации работы НУБ и повышению доверия чешской общественности к этому учреждению. Руководитель центра участвует в собраниях Совета безопасности ЧР и является членом Комитета кибернетической безопасности, который представляет собой постоянной действующий орган Совета безопасности страны, координирующий и направляющий деятельность по обеспечению кибербезопасности в ЧР.

Другим важным институтом, регулирующим деятельность по защите государственных секретов, является Служба информационной безопасности (СИБ).

Деятельность СИБ контролируется правительством и ведется на территории ЧР¹⁷ на основании закона «О Службе информаци-

¹⁶ Zákon č. 181/2014 Sb. Zákon o kybernetické bezpečnosti a o změně souvisejících zákonů (zákon o kybernetické bezpečnosti).

¹⁷ Разведывательную деятельность за рубежом организует Служба внешних сношений и информации, находящаяся в подчинении Министрства внутренних дел ЧР.

онной безопасности»¹⁸. Сферы действия СИБ определены в рамках закона «Об информационных службах»¹⁹. СИБ не подчиняется министерствам и ведомствам, являясь самостоятельным государственным учреждением.

Эта организация была создана после упразднения в 1990 г. Службы государственной безопасности. Признавая факт, что каждая тайная служба государства является барометром существующего политического режима, чешские власти после развала просоветской системы государственного управления признали необходимость полной реорганизации системы государственной безопасности на основе требований демократии и утверждения принципов правового государства. В связи с этим после ряда организационных преобразований 1990–1992 гг. в 1994 г. была создана СИБ. Должности в этой организации не имеют права занимать лица, работавшие в органах государственной безопасности с 1948 по 1989 г.

С августа 2016 г. СИБ руководит Михал Коуделка. В 2006–2016 гг. он возглавлял отделение контрразведки СИБ, на протяжении этого периода дважды проходил стажировки в британской службе МИ-6, а также обучение в канадской службе контрразведки.

Руководство службы официально подчеркивает аполитичный характер деятельности службы. В полномочия сотрудников СИБ не входят арест, задержание и допросы граждан. Служба также не имеет право выносить решения на основании полученной информации, это право относится к компетенции правительства и президента ЧР.

К функциям СИБ относится получение, анализ и обнародование информации, касающейся:

- террористических угроз;
- действий, угрожающих безопасности или важным экономическим потребностям государства;
- действий различных иностранных служб на территории ЧР;
- действий или устремлений, направленных против демократических принципов, суверенитета и территориальной целостности ЧР;
- экстремизма;
- организованной преступности;
- кибернетической безопасности;
- деятельности, представляющей угрозу сохранности государственных секретов ЧР.

¹⁸ Zákon č. 154/1994 Sb., o Bezpečnostní informační službě.

¹⁹ Zákon č. 153/1994 Sb., o zpravodajských službách České republiky.

Заклучение

В рамках последней функции СИБ выполняет задачи, связанные с предупреждением, выявлением, нейтрализацией и оценкой угроз информационной безопасности государства.

Таким образом, защита государственных секретов в ЧР в последние годы была переориентирована с учетом как внутривполитических перемен, направленных на предоставление свободного доступа к различным видам информации, так и внешнеполитических изменений, обусловивших принятие ЧР международных обязательств по защите секретов страны и других государств. Принцип реального соблюдения баланса интересов личности, общества, государства и членов международных сообществ в вопросах защиты государственных секретов стал при этом одним из факторов, поставивших ЧР в ряд развитых в общественном и экономическом отношении стран Европы.

Литература

Dvořák, Chrobák 2018 – *Dvořák J., Chrobák J. Zákon o ochraně utajovaných informací o bezpečnostní způsobilosti: Komentář. Praha: Wolters Kluwer ČR, 2018.*

Musil 2001 – *Musil R. Ochrana utajovaných skutečností. Praha: Eurounion, 2001.*

References

Dvořák, J. and Chrobák, J. (2018), *Zákon o ochraně utajovaných informací a o bezpečnostní způsobilosti: Komentář*, Wolters Kluwer ČR, Prague, Czech Republic.

Musil, R. (2001), *Ochrana utajovaných skutečností*, Eurounion, Prague, Czech Republic.

Информация об авторе

Ирина А. Русецкая, кандидат исторических наук, доцент, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., 6; irkom@mail.ru

Information about the author

Irina A. Rusetskaya, Cand. of Sci. (History), associate professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; irkom@mail.ru

УДК 51

DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-51-71

О понятии «культурное наследие» в образовательных традициях и современность: математика как метакультура

Валентин К. Жаров

*Российский государственный гуманитарный университет,
Москва, Россия, valcon@mail.ru*

Максим С. Земляк

*Российский государственный гуманитарный университет,
Москва, Россия, diff9974@gmail.com*

Анна Г. Лаврухина

*Российский государственный гуманитарный университет,
Москва, Россия, lavrukhina.a@bk.ru*

Юлия В. Таратухина

*Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики», Москва, Россия, jtaratuhina@hse.ru*

Аннотация. Проблема определения культурного наследия как физических, так и духовных памятников возникла примерно три сотни лет назад. Однако ценности и значения культуры обладают свойством динамического изменения и в пространстве, и во времени. На примере математической культуры в статье сделана попытка выявить кросс-культурные тенденции в развитии современной культуры, а также аксиологические инварианты в системе традиционных культур и их значимость во все больше унифицируемой культуре. На основании двух примеров показаны некоторые возможности ее развития, а также развитие традиционных математических культур. Отмечено, что несмотря на глобализацию как причину «размывания» этно-культурных границ, математическая культура сохраняет существенную связь с языковой культурой. Гипотеза Уорфа-Сепира, возможно, в недалеком будущем получит еще одно обоснование. Естественный язык остается воплощением и носителем этномышления, независимо от универсальности математической знаковой

© Жаров В.К., Земляк М.С., Лаврухина А.Г., Таратухина Ю.В., 2019

системы, являющейся кросс-культурной единицей. Представлены некоторые направления в истории развития математического образования: ментальная арифметика и квантовые вычисления, хотя в современной системе даже инженерного образования такие области, как квантовые вычисления и квантовая информатика занимают далеко не первое место.

Ключевые слова: модальная методология, культурное наследие, традиционная математика, кросс-культура, математические модели, информационные системы, информационно-педагогическая среда (ИПС), квантованность и спиноры, квантовая информатика, квантовые вычисления

Для цитирования: Жаров В.К., Земляк М.С., Лаврухина А.Г., Таратухина Ю.В. О понятии «культурное наследие» в образовательных традициях и современность: математика как метакультура // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2019. № 3. С. 51–71. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-51-71

On the concept of “cultural heritage” in educational traditions and the present time. Mathematics as the metaculture

Valentin K. Zharov

*Russian State University for the Humanities,
Moscow, Russia, valcon@mail.ru*

Maxim S. Zemlyak

*Russian State University for the Humanities,
Moscow, Russia, diff9974@gmail.com*

Anna G. Lavrukhina

*Russian State University for the Humanities,
Moscow, Russia, lavrukhina.a@bk.ru*

Yulia V. Taratukhina

*National Research University Higher School of Economics,
Moscow, Russia, jtaratukhina@hse.ru*

Abstract. An issue of determining the cultural heritage, as both the material and spiritual monuments, arose about three hundred years ago. However, the values and meanings of culture have the property of dynamic change in space and also in time. Using mathematical culture as an example, the article attempts to identify cross-cultural trends in the development of modern culture, as well as axiological invariants in the system of traditional cultures and their significance in an increasingly unified culture. Based on two examples, some possibilities of its development are shown, along with the development of

traditional mathematical cultures. It is noted that despite globalization as the reason for the “erosion” of ethno-cultural boundaries, mathematical culture retains a significant connection with linguistic culture. The Whorf-Sepir hypothesis, perhaps in the near future, will get yet another justification. Natural language remains the embodiment and bearer of ethnic thinking, regardless of the universality of the mathematical sign system, which is a cross-cultural unit. Some directions in the history of the development of mathematical education are presented: mental arithmetic and quantum computing, although in the modern system of engineering education such areas as quantum computing and quantum informatics are far from the first place.

Keywords: modal methodology, cultural heritage, traditional mathematics, cross-culture, mathematical models, information systems, information and pedagogical environment (IPS), quantization and spinors, quantum informatics, quantum computing

Forcitation: Zharov, V.K., Zemlyak, M.S., Lavrukchina, A.G. and Taratukhina, Yu.V. (2019), “On the concept of “cultural heritage” in educational traditions and the present time. Mathematics as the metaculture”, *RSUH/RGGU Bulletin. “Information Science. Information security. Mathematics” Series*, no. 3. pp. 51-71. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-51-71

Введение

Любая информация (информационное сообщение) представляет интерес для образовательных систем, при этом совершенно неважен источник. Важны потребители, которые в той или иной форме превратят сообщение в памятник культуры. Ясно, что такое «превращение» может быть непосредственным и опосредованным; также ясно, что потребитель может не знать о дальнейшей судьбе сообщения.

Примерно так создавались современные и предшествующие современности ИПС (информационно-педагогические среды). Данная статья посвящена проблеме интерпретации знания и ее сохранению как культурного наследия. Для точного понимания надо определиться с понятием «культурного наследия». Поэтому мышление, зафиксированное в трактатах, отраженное в некоторых из них, – математическое мышление, как теоретическое, так и практическое, а также вычислительная культура имеют необходимые признаки, позволяющие все перечисленное относить к памятникам культуры. Также мы отказываемся делить осмысление памятника на «широкое» или иное, считая, что либо осмысление есть, либо его нет [Хренников 2008, с. 86]. И наконец, мы в некоторых случаях считаем весьма содержательной концепцию «тартуско-московской семиотической школы» о существовании «культурного текста как

генераторов смыслов» [Хренников 2008, с. 86]. Хотя в большей степени мы являемся последователями идей В.В. Налимова [Грановский, Драгалина, Маркова 2005, с. 386]. Подчеркнем, что разрабатываемый аппарат для исследования кросс-культурной функции образовательных сред в первую очередь строится на текстах, текстах и культурных традициях, о котором изложение ниже ведется с помощью примеров из истории математики, исследованием математических текстов. Кроме того, заметим, что факт обращения к традиционным математическим культурам обогащает современную образовательную среду любого уровня.

Об одном подходе к типологии культур

Д.Б. Зильберман для удобства понимания выделил деноминации, используемые при модальном методе построения типологии культур, которые могут быть сведены в таблицу с использованием трех символов:

N – для нормы, темперамента, значения;

V – для ценности, характера, знака;

I – для идеи, интереса, смысла (или знания).

1. «Индийский»: $\frac{I \longrightarrow N}{V}$	4. «Японский»: $\frac{V \longrightarrow N}{I}$
(«методологическое» мышление).	(«феноменологическое» мышление).
2. «Тибетский»: $\frac{N \longrightarrow I}{V}$	5. «Эллинский»: $\frac{V \longrightarrow I}{N}$
(«понятийное» мышление).	(«аксиоматическое» мышление).
3. «Китайский»: $\frac{N \longrightarrow I}{V}$	6. «Новоевропейский»: $\frac{I \longrightarrow V}{N}$
(«проективное» мышление).	(«аксиологическое» мышление).

Рис. 1. Таблица типологии культур по Зильберману

Весьма примечательно замечание автора таблицы: «Ни один из табличных элементов сам по себе ничего не обозначает, т. е. является деноминацией лишь в строго модальном смысле, когда путем специфического обращения к сфере деятельности определяется, каковы нормы, как они возможны, как необходимы и т. п.».

Имея это в виду, можно произвести отождествление шести типов культурных традиций. (Табл. 1) Использованные здесь наименования вовсе не обязательно подразумевают отсылку к реальным историческим культурам. Но если исходить из соответствующего типа традиционного отношения, та или иная культура реально может быть так понята наиболее полным образом (в предположении сохранения ее основной традиции). Каждый из типов и все вместе могут встречаться в любом обществе и в любую эпоху, но понять культурно-традиционный смысл социального процесса во всякий момент можно только через один из них как независимую «систему отсчета».

Для разъяснения способа пользования типологией введем представление о парциальном институте. Известно, что при смешивании в некотором объеме нескольких газов разной плотности и химического состава каждый газ, пусть даже незначительный в весовом отношении, займет весь возможный объем независимо, как если бы других газов в нем не было. Таким образом, по незначительной весовой фракции можно судить об объемных характеристиках всей смеси. Эту физическую аналогию можно вводить в социокультурное понимание разными способами, в зависимости от типа модальности. Например, методологическим: располагая знанием о некотором институте как о парциальном, т. е. полностью задающем объемные характеристики общества, мы в дальнейшем ставим себе за правило ограничивать изучение общества одним лишь этим институтом и его трансформациями. При понятийном способе рассуждения мы формируем представление об идеальном объекте парциальности и затем объясняем всю сумму социальной жизни в системных категориях целого и части, как бы выделяя собственно традицию в виде частной формы общественного существования (между тем в первом случае она пронизывает все общество, но это доказывается способом частичного отождествления) и т. д. [Зильберман 1989].

Одной из весьма продуктивных моделей классификации культур является модальная классификация культурных традиций Д. Зильбермана [Зильберман 1998, с. 448].

Приняв модальный метод в исследовании ИПС, мы с целью представить инварианты культур предложенную автором таблицу в тех же обозначениях расширили, и в нашей редакции она выглядит так:

Таблица 1

Модальная классификация культурных традиций [5]

Веданты Методологический стиль (тип). Индийский стиль (понимание)	$\frac{J \rightarrow N}{V}$	$\frac{\text{идея} \rightarrow \text{норма}}{\text{ценность}}$	$\frac{\text{знание} \rightarrow \text{значение}}{\text{знак}}$	$\frac{A \rightarrow D}{G}$	$\frac{\text{текстура} \rightarrow \text{культура}}{\text{текст}}$
Мимансы. Тибетский стиль. Содержательное мыш- ление	$\frac{N \rightarrow J}{V}$	$\frac{\text{норма} \rightarrow \text{идея}}{\text{ценность}}$	$\frac{\text{значение} \rightarrow \text{знание}}{\text{знак}}$	$\frac{D \rightarrow A}{G}$	$\frac{\text{культура} \rightarrow \text{текстура}}{\text{текст}}$
Вайшеки (эмпирик). Новогреческий стиль. Аксиологическое или историческое мышление	$\frac{J \rightarrow V}{N}$	$\frac{\text{идея} \rightarrow \text{ценность}}{\text{норма}}$	$\frac{\text{знание} \rightarrow \text{знак}}{\text{значение}}$	$\frac{A \rightarrow G}{D}$	$\frac{\text{текстура} \rightarrow \text{текст}}{\text{культура}}$
Санкхья (теоретик). Ки- тайский тип. Иерогли- фическое или практико- логическое мышление	$\frac{N \rightarrow V}{I}$	$\frac{\text{норма} \rightarrow \text{ценность}}{\text{идея}}$	$\frac{\text{значение} \rightarrow \text{знак}}{\text{знание}}$	$\frac{D \rightarrow G}{A}$	$\frac{\text{культура} \rightarrow \text{текст}}{\text{текстура}}$
Ньяя (логик). Элли- низм. Формально-логи- ческое мышление	$\frac{V \rightarrow J}{N}$	$\frac{\text{ценность} \rightarrow \text{идея}}{\text{норма}}$	$\frac{\text{знак} \rightarrow \text{знание}}{\text{значение}}$	$\frac{G \rightarrow A}{D}$	$\frac{\text{текст} \rightarrow \text{культура}}{\text{текстура}}$
Йога (феноменолог). Японский тип. Феноме- нологическое, экзистен- циальное мышление	$\frac{V \rightarrow N}{J}$	$\frac{\text{ценность} \rightarrow \text{норма}}{\text{идея}}$	$\frac{\text{знак} \rightarrow \text{знание}}{\text{значение}}$	$\frac{G \rightarrow D}{A}$	$\frac{\text{текст} \rightarrow \text{культура}}{\text{текстура}}$

Предложенная таблица также имела свои расширения, в частности, из них очевидным образом следовали возможности для выделения ряда нижеследующих параметров, которые лежат в основе анализа культурной специфики поведения, мышления и деятельности и которые будут обуславливать собственно специфику культурно-когнитивного профиля личности.

1. Восприятие времени, пространства и как следствие – специфика деятельности.
2. Специфика представления информации.
3. Специфика мышления и внимания.
4. Специфика социальных коммуникаций.
5. Доминирующие ценности.

Безусловно, параметров, которые будут так или иначе отражать специфику картины мира и национального менталитета и образовательных практик, можно выделить намного больше, однако пока ограничимся вышеперечисленными. Мы считаем, что выделение параметров культурно-когнитивного профиля личности (ККПЛ) должно исходить из специфики процессов, задействованных в ходе деятельности человека (в нашем случае образовательной деятельности). В этой деятельности можно условно выделить когнитивный и операционный компоненты. **Когнитивный компонент** будет включать в себя специфику когнитивного стиля, специфику принятия решений и работы с информацией, специфику распределения внимания, специфику использования творческих подходов в учебной деятельности (креативности). **Операционный компонент** – отношение ко времени, к инструкциям, к целеполаганию, место в социуме, отношение к внешней среде, к командной работе. Также будет значимым **эмоциональный компонент** как некий контекст, детерминирующий когнитивный и операционный компоненты (контекстуальные параметры). Таким образом, исследования культурных типологий позволяют нам заглянуть и вглубь истории развития знаний и математической науки, а также ее преподавания [Жаров 2001, с. 347–353; Жаров 2002, с. 164].

О значении знания типов культуры для современных образовательных систем

Прежде всего заметим, что дал Китай нашей цивилизации в образовании. Во-первых, экзаменационную систему с возможностью реализации социального лифта. Во-вторых, развитие комментаторской деятельности и введение искусства комментирования в развитие самого знания. В-третьих, метод обучения, в котором была педагогическая цельность из: метода решения, правила решения

(строго сформулированного алгоритма), решения и ответа. В-четвертых, искусство счета на суань-пане с библиотекой алгоритмов. В настоящее время все вышеперечисленное через японскую традиционную математику (ментальную арифметику) появилось с некоторой модернизацией и в западной методической школе.

Приведем два примера, как ни покажется странным, связывающих современность с древностью, традиционную китайскую математику с современной математикой.

Пример первый. В 2013 г., в России появилась новая альтернативная подготовка к школе – ментальная арифметика. За короткий период времени подобный подход к школе набрал большую популярность, и сейчас количество учеников только растет. Что лежит в основе этой методики? Судя по всему, счетный инструмент, называемый в Японии соробан.

Соробан – японские счеты. Происходят от китайского суань-паня, завезенного в Японию в XVII веке. История счетного искусства в Китае более-менее понятна, если изучать тексты трактатов традиционной математики. Из них, в частности, следует, что алгоритмическая составляющая китайской традиционной математики является основной, видоизменения алгоритмов никогда не обосновывалось, все «новации» были подчинены рационализму и эффективности использования вычислительных инструментов. В древности перед появлением суань-паня в виде счетов использовались счетные палочки (чоу суань), затем арифметические действия выполнялись на счетной доске, но также с помощью счетных палочек (Рис. 2). Слово «суань» переводится как «считать», обозначается иероглифом, счетная палочка же имеет другой иероглиф 筹 – чоу.

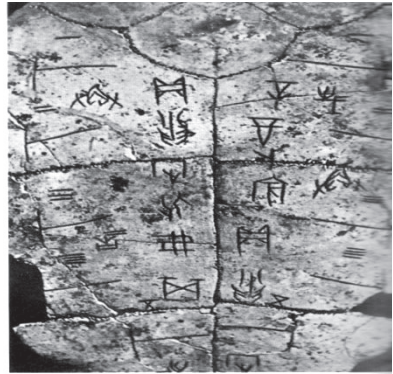
Счетные палочки делались из бамбука, слоновой кости или металла. Для отрицательных чисел позже стали делать палочки двух цветов – красные и черные. Палочки раскладывались на счетной доске, которая, как полагают, была разлинована по строкам и столбцам. Цифры составлялись из счетных палочек, отсутствие разряда указывалось пустым местом на счетной доске. Оно было хорошо заметно благодаря чередованию вертикального и горизонтального положения палочек. В математической литературе эти цифры изображались на бумаге; в этом случае отсутствие разряда указывалось специальным знаком. Вычислительный инструмент суань-пань имеет вид, как на рис. 3.

К нему «прилагается» мешочек из вычислительных палочек чоу суань. Конструкция суань-паня и его свойства описаны в работах В.К. Жарова [Жаров 2001, с. 347–352; Жаров 2002, с. 164].

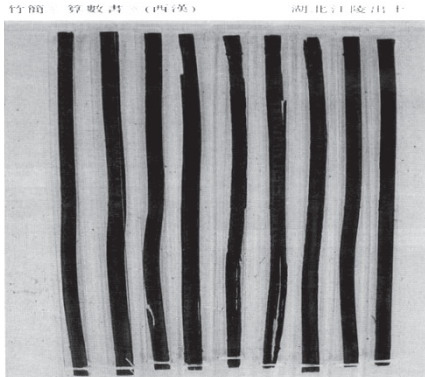
Если коротко, то на японских гравюрах 1745, 1795 г. изображен этот вычислительный процесс.



敦煌算經殘片(唐人寫卷) 倫敦大英博物館藏



殷墟甲骨上的數字(商代) 河南安陽出土



竹簡 算數書(西漢) 湖北江陵出土



象牙算籌(西漢) 陝西句陽出土

Рис. 2. Счетные палочки

算盤圖										
左 首上					右 尾下					
十	萬	千	百	十	一	分	釐	毫	絲	忽
					商					此通之商級云
					寶					此通之百級云
					方					此通之方級云
					撮					此通之撮級云
					黍					此通之黍級云
					麻					此通之麻級云
					粟					此通之粟級云
					罔					此通之罔級云

Рис. 3. Суань-пань

Таким образом, конструкцию суань-паня можно представить из двух основных компонентов – расчерченная поверхность (вычислительное поле) и чоу суань – набор палочек, раскладываемых на вычислительном поле или перебираемых в руках.

Если внимательно посмотреть на гравюру (Рис. 4) в правом углу, на первом плане изображена модификация китайских счетов, которые по традиции стали называться соробан.

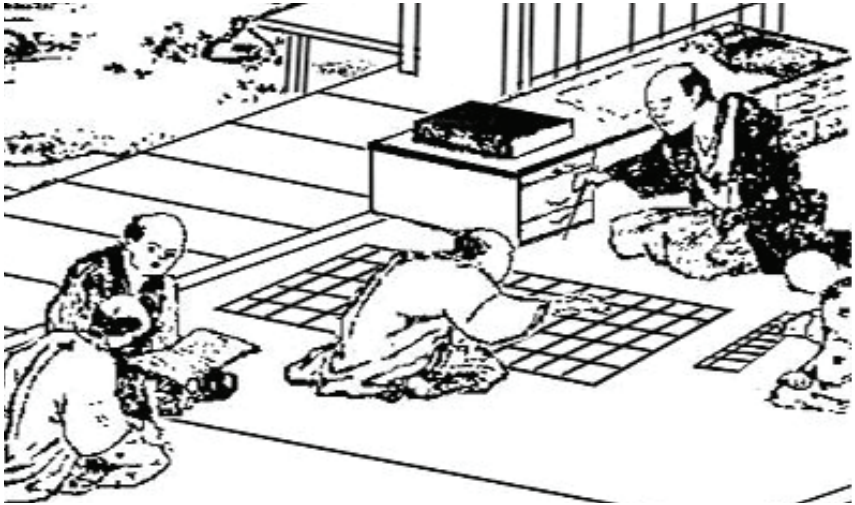
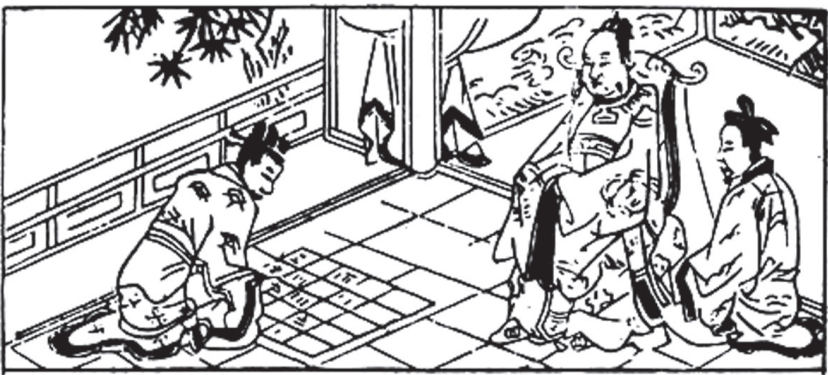


Рис. 4. Счетное поле на суань-пане



日本和算算图(据 1795 年木刻)

Рис. 5. Японская гравюра с вычислителями. 1795 г.

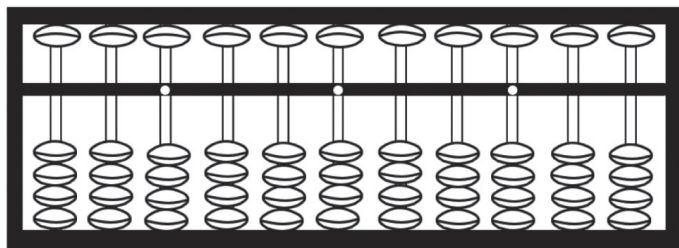


Рис. 6. Соробан

На основе счетной доски возник счетный прибор суань-пань, напоминающий русские счеты. Японцы позаимствовали этот прибор у китайцев, назвав его «соробан». «Современный» суань-пань представляет собой прямоугольную рамку, в которой натянуты 12 или более параллельных проволок (сейчас встречаются и с меньшим количеством рядов). Перпендикулярно проволокам проведена перегородка, разделяющая рамку на две разные части. В большем отделении на каждой проволоке нанизано по пять подвижных шариков, в меньшем – по два. Проволоки соответствуют десятичным разрядам, каждый шарик меньшего отделения имеет значение, равное значениям пяти шариков большего значения на этой проволоке. Позднее в Японии счеты были усовершенствованы и стали иметь вид, как на рисунке 6.

В настоящее время соробан продолжает использоваться преимущественно для обучения счету в начальной школе. Этот подход имеет ряд педагогических преимуществ по сравнению с обучением счету на бумаге и калькуляторе. Неоднократно проводились сравнения обычной методики, принятой в разных странах, и той, что включает в себя обучение на соробане. Результаты были неоднозначными, так как в некоторых экспериментах уровень подготовки при помощи ментальной арифметики был намного больше, чем при использовании классических занятий, а в других экспериментах полученные данные говорили, что разница незначительная [Кусаинова 2018, с. 163–209]. Несмотря на это, методика продолжает получать популярность в разных странах.

В России было открыто множество центров, которые показывают хорошие результаты алгоритмической, вычислительной подготовки учащихся. Методика выглядит примерно одинаково. Для начала детей обучают сложению и вычитанию целых, положительных чисел на соробане, одновременно развивая, по средствам представления рядов, быстрый счет в уме. Следующим этапом является изучение умножения и деления; на этом в нашей стране заканчивается изучение ментальной арифметики. Таким образом, в систему

мыслительных приемов дошкольника вводится алгоритм связывания действия пальцами и оценки визуальной, абстрактной деятельности. Вообще говоря, такого рода деятельность дошкольника и младшего школьника вполне развивающая и имеет исторический прецедент в российской образовательной традиции.

Второй пример. Квантовая информатика – раздел науки, возникший во второй половине XX века. Этот раздел включает в себя элементы квантовой физики, теории алгоритмов, линейной алгебры и теории информации. Объектом моделирования в квантовой информатике является проект квантового компьютера, который позволит моделировать сложные процессы микромира, а также дает новый подход для работы с информацией.

Для построения математической модели такого объекта, как квантовый компьютер требуется использование знаний большого количества разделов математики.

Понятие квантовой единицы хранения информации

Для построения модели квантовой системы (квантового компьютера) в первую очередь вводится понятие кубита (qubit) – квантового бита (quantum bit) [Хренников 2008, с. 86]:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

где $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$ и удовлетворяют следующему условию:

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

$|0\rangle$ и $|1\rangle$ обозначают базисные состояния из множества $K = \{0, 1\}$.

Визуальное представление кубита – сфера Блоха (Рис. 1), названная в честь швейцарского физика Феликса Блоха. Сфера отражает состояния одного кубита. Обобщения для многокубитных систем пока не существует.

В общем случае базисных состояний может быть больше.

Например, для $K = \{0, 1, 2\}$ мы получаем объекты типа «кутрит»:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle$$

где, соответственно, $|\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1$, и т. д.

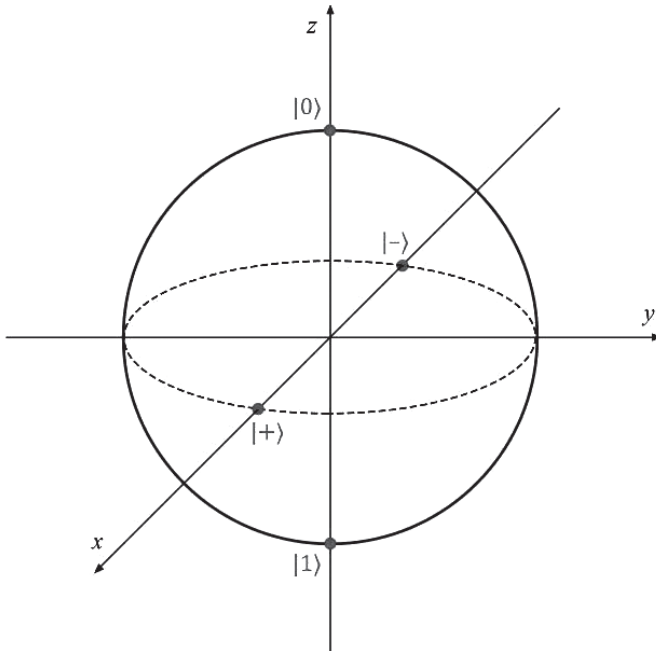


Рис. 7. Сфера Блоха

Запись (1) означает, что в случае измерения состояния кубита он примет значение $|0\rangle$ с вероятностью $|\alpha|^2$ и $|1\rangle$ с вероятностью $|\beta|^2$. До момента измерения он может находиться в суперпозиции этих состояний.

Краткое описание квантовой системы

Квантовая система в общем случае состоит из n частиц, в таком случае для представления каждой частицы также используется кубит, а для всей системы вводится понятие волнового вектора [14]:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=0}^{N-1} \lambda_i |e_i\rangle, \quad N = 2^n$$

где $\lambda_i \in \mathbb{C}$, и $\sum |\lambda_i|^2 = 1$, а векторы $|e_i\rangle$ являются векторами базисных состояний:

$$\begin{aligned}
 |00 \dots 0\rangle = |e_0\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \\
 |00 \dots 1\rangle = |e_1\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &\dots \\
 |11 \dots 1\rangle = |e_{N-1}\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Измерение системы (3) является случайной величиной, которая принимает каждое значение $|e_i\rangle$ с вероятностью $|\lambda_i|^2$.

Описание динамики квантовой системы

Рассмотрим известную модель – модель Джейнса–Каммингса (JCM) [Jaynes, Cummings 1963, pp. 69–109]. Это теоретическая модель квантовой оптики, предложенная Э. Джейнсом и Ф. Каммингсом в 1963 году. В модели JCM можно проследить динамику взаимодействия атома и фотона во времени. Для исследования динамики используется уравнение Шредингера (временное уравнение Шредингера):

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H|\psi\rangle$$

где $|\psi\rangle$ – волновой вектор

\hbar – постоянная Планка

H – оператор полной энергии системы (гамильтониан).

Матрица оператора H является эрмитовой матрицей.

Уравнение Шредингера является дифференциальным уравнением в частных производных. Соответственно, для понимания динамики процессов квантовой системы требуются фундаментальные знания таких разделов, как линейная алгебра и математический анализ.

Неунитарная (необратимая) эволюция квантовой системы описывается с помощью уравнения Линдблада:

$$i\hbar\dot{\rho}(t) = [H, \rho] + i\mathcal{L}(\rho)$$

где $\rho(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$ – оператор (матрица) плотности,
 $[H, \rho] = H\rho - \rho H$ – коммутатор,
 $\mathcal{L}(\rho)$ – оператор Линдблада.

Математическая модель квантового компьютера

Для построения математической модели квантового компьютера используются так называемые квантовые гейты – логические операторы, с помощью которых производятся различные операции над системой. Используя квантовые гейты, подходим к понятию схемы из функциональных элементов, знакомые из курса дискретной математики.

Примерами однокубитных гейтов являются:

1. Гейт NOT
2. Гейт Адамара

Известные двухкубитные гейты:

1. CNOT
2. SWAP

И трехкубитные гейты:

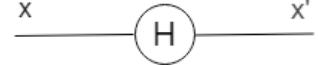
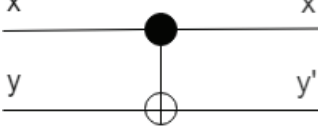
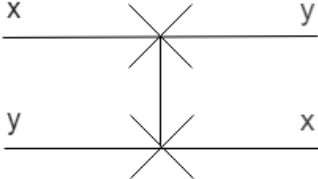
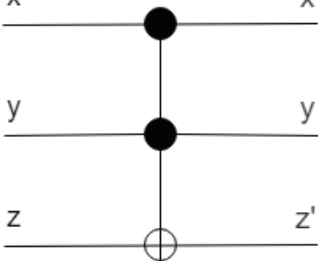
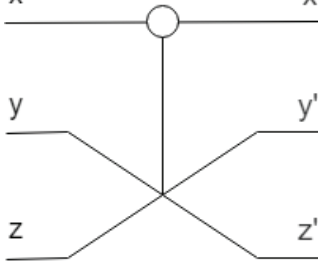
1. Гейт Тоффоли (CCNOT)
2. Гейт Фредкина (CSWAP)

Таблица 2

Квантовые гейты [13,14]

Название гейта	Матрица логического преобразования	Схематическое изображение
1	2	3
$NOT x\rangle \mapsto \bar{x}\rangle$	$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	

Окончание табл. 2

1	2	3
<p>Hadamard</p> $H x\rangle \mapsto \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x' \in \{0,1\}} (-1)^{xx'} x'\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	
<p>CNOT x, y⟩</p> $\mapsto x, x \oplus y\rangle$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$	
<p>SWAP x, y⟩</p> $\mapsto y, x\rangle$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	
<p>CCNOT x, y, z⟩</p> $\mapsto x, y, xy \oplus z\rangle$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	
<p>CSWAP x, y, z⟩</p> $\mapsto x, z, y\rangle$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	

Примеры применения квантовых компьютеров

Одно из наиболее известных применений квантовых компьютеров – реализация квантовых алгоритмов. Рассмотрим для примера алгоритм Гровера.

Общая формулировка задачи Гровера (GSA – Grover search algorithm):

Найти решение уравнения $f(x) = 1$, где $f(x)$ – булева функция от n переменных.

В общем случае, сложность алгоритма, реализующего решение этой задачи, будет составлять $O(2^n)$.

В то же время алгоритм Гровера, реализованный на квантовом компьютере, имеет явное преимущество перед классическими компьютерами. Имея n кубитов, квантовый алгоритм будет иметь сложность $O\left(2^{\frac{n}{2}}\right)$.

Заключение ко второму примеру

Как видно из изложенного материала, квантовые вычисления и квантовая информатика опираются на достижения во многих областях математики, включая математический анализ, функциональный анализ, дискретная математика и прочие. Изучая эту область, также можно погрузиться в теорию алгоритмов.

В то же время эта область – приложение математики к физике, поэтому оперирует знаниями фундаментальных понятий квантовой физики и оптики.

Стоит также отметить, что данная область имеет большое количество открытых задач, и заинтересованность людей этой тематикой может содействовать развитию путей их решения.

Выводы

Итак, что же объединяет два приведенных примера?

Во-первых, информационно-педагогическая среда (ИПС). Эта среда была под пристальным вниманием всех государств, борющихся за свое существование; во-вторых, высокая степень ответственности перед тем же государством у педагогического сообщества, правда, если само государство не боролось против сообщества [Northern Eurasia Regional Contests 2019]; в-третьих, в середине девяностых педагоги стали обращать внимание на средовую педагогику и ее значение для воспитания и обучения нового поколения

[Крылова 1997, с. 185–205; Крылова 1995, с. 67–99]. Последнее стимулировало к созданию более объективного аппарата на основе конструктивной математики педагогических моделей и уточнения самого понятия ИПС. В-пятых, применить модальную методологию к изучению культур позволяют ответить на поставленный выше вопрос. Таблица типологии по Зильберману позволяет сравнить культуры (типы мышления), из нее следует, что японский и китайский типы культуры наиболее алгоритмически организованны; наиболее располагают к экспериментальным наблюдениям и формулировкам тибетский и эллинический тип мышления. Кроме этого, начало статьи Л.Б. Зильбермана дает нам надежду – формирование среды с помощью метода квантования различных явлений современной жизни человечества создаст наиболее эффективные способы управления и обработки информационных потоков, а также приведет к созданию новой методологии изучения явлений будущего. Кроме этого, возможно предположение, что процесс квантования – естественная самопроизвольная агломерация понятий, отражающая этномышление, а кросс-культурным инвариантом является универсальная математическая знаковая система, сформированная в Новое время, хотя все арифметические традиции отражают значительно более древнюю мыслительную этнокультурную традицию. В наших интерпретациях классификации традиционных культур получается подтверждение основных путей развития математики на Востоке и на Западе в зависимости от формирующихся информационно-педагогических сред.

Литература

- Грановский, Дрогалина, Маркова 2005 – *Грановский Ю.В., Дрогалина Ж.А., Маркова Е.В.* Я друг свобод... В.В. Налимов: вехи творчества: В 2 т. Т. 1. Томск; М.: Водолей, 2005. 376 с.
- Жаров 2001 – *Жаров В.К.* О «Введении» к трактату Чжу Шицзе «Суань сюе ци мэнь» // Историко-математические исследования. 2001. Вып. 6 (41). С. 347–353.
- Жаров 2002 – *Жаров В.К.* Развитие методов преподавания традиционной китайской математики (Опыт исследования информационно-педагогических сред). М.: Янус-К, 2002. 164 с.
- Жаров, Таратухина 2015 – *Жаров В.К., Таратухина Ю.В.* Педагогический конструктивизм в кросс-культурной среде. М.: Янус-К, 2015. 276 с.
- Жаров 2018 – *Жаров В.К.* Об одном примере развития математики // Годичная научная конференция, 2018, ИИЕТ им. С.И. Вавилова. М.: Янус-К, 2018. С. 203–207.
- Зильберман 1989 – *Зильберман Д.Б.* К семиотике понимания типов культурных традиций // Народы стран Азии и Африки. 1989. № 3 С. 128–142.

- Зильберман 1998 – *Зильберман Д.Б.* Генезис значения в философии индуизма. М.: Эдиториал УРСС, 1998. 448 с.
- Крылова 1994 – *Крылова Н.Б.* Проектирование как создание культурно значимой ситуации в образовании // Проектирование в образовании, проблемы, поиски, решения. М., 1994. С. 32–33.
- Крылова 1995 – *Крылова Н.Б.* Социокультурный контекст образования // Новые ценности образования. 1995. Вып. 2. С. 67–99.
- Крылова 1996 – *Крылова Н.Б.* Введение в круг культурологических проблем образования // Новые ценности образования. 1996. Вып. 4. С. 132–152.
- Крылова 1997 – *Крылова Н.Б.* Культурные модели образования с позиции постмодернистской педагогики // Новые ценности образования. 1997. Вып. 7. С. 185–205.
- Крылова 2000 – *Крылова Н.Б.* Культурология образования. М.: Народное образование, 2000. 272 с.
- Кусаинова 2018 – *Кусаинова Г.Т.* ...И снова о ментальной арифметике // Молодой ученый. 2018. № 9 (195). С. 163–209.
- Научно-образовательный центр 2019 – Научно-образовательный центр «Волновые процессы в неоднородных и нелинейных средах». [Электронный ресурс] URL: <http://www.rec.vsu.ru/> (дата обращения 9 ноября 2019).
- Ожигов 2003 – *Ожигов Ю.И.* Квантовые вычисления. Учебно-методическое пособие. М.: МГУ, ВМиК, 2003. 104 с.
- Полякова 2019 – *Полякова М.А.* «Культурное наследие»: историческая динамика понятия. [Электронный ресурс] URL: http://ifapcom.ru/files/Monitoring/poljakova_kult_nasl_historical.pdf (дата обращения 9 ноября 2019).
- Хренников 2008 – *Хренников А.Ю.* Введение в квантовую теорию информации. М.: Физматлит, 2008. 86 с.
- Jaynes, Cummings 1963 – *Jaynes E.T., Cummings F.W.* Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser // Proc. IEEE. 1963. Vol. 51 (1). P. 89–109.
- Northern Eurasia Regional Contests 2019 – Northern Eurasia Regional Contests. [Электронный ресурс] URL: <https://neerc.ifmo.ru> (дата обращения 9 ноября 2019).

References

- Granovskii, Yu.V., Drogalina, Zh.A., and Markova, E.V. (2005), *Ya drug svobod... V.V. Nalimov: vekhi tvorchestva* [I am a friend of freedom ... V.V. Nalimov: milestones of creativity], in 2 vols, vol. 1, Vodolei, Tomsk; Moscow, Russia.
- Krylova, N.B. (1994), “Design as the creation of a culturally significant situation in education”, *Design in education, problems, searches, solutions*, Moscow, Russia, p. 32-33.
- Krylova, N.B. (1995), “Sociocultural context of education”, *New values of education*, vol. 2, pp. 67-99.
- Krylova, N.B. (1996), “Introduction to the circle of cultural issues of education”, *New values of education*, vol. 4, pp. 132-152.

- Krylova, N.B. (1997), "Cultural models of education from the perspective of postmodern pedagogy", *New values of education*, vol. 7. pp. 185-205.
- Krylova, N.B. (2000), *Kul'turologiya obrazovaniya* [Culturology of Education], Narodnoe obrazovanie, Moscow, Russia.
- Kusainova, G.T. (2018), "... And again about mental arithmetic", *Young scientist*, vol. 9 (195), pp. 163-209.
- Khrennikov, A.Yu. (2008), *Vvedenie v kvantovuyu teoriyu informatsii* [Introduction to the quantum theory of information], Fizmatlit, Moscow, Russia.
- Ozhigov, Yu.I. (2003), *Kvantovye vychisleniya. Uchebno-metodicheskoe posobie* [Quantum computing. Teaching aid], MSU, Moscow, Russia.
- Jaynes E.T. and Cummings F.W. (1963), "Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser", *Proc. IEEE*, vol. 51 (1), pp. 89-109.
- Northern Eurasia Regional Contests, available at: <https://neerc.ifmo.ru> (Acceded 9 November 2019)
- Polyakova, M.A. (2019), "Cultural heritage": historical dynamics of the concept, available at: http://ifapcom.ru/files/Monitoring/poljakova_kult_nasl_historical.pdf (Acceded 9 November 2019)
- REC – 010 Research And Education Center "Wave processes in inhomogeneous and nonlinear media", available at: <http://www.rec.vsu.ru/> (Acceded 9 November 2019)
- Zharov, V.K. (2001), "About the "Introduction" to Zhu Shijie's Treatise "Suan sue tsi man"", *Historical and mathematical studies*, vol. 6 (41), pp. 347-353.
- Zharov, V.K. (2002), *Razvitie metodov prepodavaniya traditsionnoi kitaiskoi matematiki (Opyt issledovaniya informatsionno-pedagogicheskikh sred)* [The development of teaching methods in traditional Chinese mathematics. (Experience in the study of the information and educational environments)], Janus-K, Moscow, Russia.
- Zharov, V.K. and Taratuhina, Yu.V. (2015), *Pedagogicheskii konstruktivizm v kross-kul'turnoi srede* [Pedagogical constructivism in a cross-cultural environment], Janus-K Moscow, Russia.
- Zharov, V.K. (2018), "About one example of the mathematics development", *Annual Scientific Conference, 2018. S.I. Vavilov Institute for the History of Science and Technology*, RAS, Janus-K, Moscow, Russia, pp. 203-207.
- Zilberman, D.B. (1989), "On the semiotics of understanding the types of cultural traditions", *The peoples of Asia and Africa*, vol. 3, pp. 128-142.
- Zilberman, D.B. (1998), *Genezis znacheniya v filosofii induizma* [Genesis of meaning in the philosophy of Hinduism], Editorial URSS, Moscow, Russia.

Информация об авторах

Валентин К. Жаров, доктор педагогических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; valcon@mail.ru

Максим С. Земляк, студент, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; diff9974@gmail.com

Анна Г. Лаврухина, студент, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6; lavrukhhina.a@bk.ru

Юлия В. Таратухина, кандидат филологических наук, доцент, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия; 101000, Россия, Москва, ул. Мясницкая, д. 2; jtaratuhina@hse.ru

Information about the authors

Valentin K. Zharov, Dr. of Sci. (Pedagogics), professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; valcon@mail.ru

Maxim S. Zemlyak, student, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; diff9974@gmail.com

Anna G. Lavrukhhina, student, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993; lavrukhhina.a@bk.ru

Yulia V. Taratukhhina, Cand of Sci. (Philology), associate professor, National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia; bld. 20, Myasnitskaya Str., Moscow, Russia, 101000; jtaratuhina@hse.ru

Представление алгебры линейных отображений пространства полиномов в себя некоммутативными рядами

Валерий М. Максимов

Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия;

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

VM_MAXIMOV@mail.ru

Аннотация. Основными объектами изучения в работе являются кольцо полиномов от S формальных образующих (S может быть произвольным натуральным), обозначаемое P_S над произвольным полем F характеристики ноль, а также алгебра всех линейных отображений пространства P_S в P_S , обозначаемая $A_F(P_S)$. Алгебра $A_F(P_S)$ является сложным алгебраическим объектом, имеющим несчетное число образующих. С другой стороны, целый ряд операторов из $A_F(P_S)$ имеет огромное значение в анализе. Достаточно упомянуть операторов дифференцирования, интегрирования, сдвига, конечных и разделенных разностей и многие другие. В настоящей работе рассматривается общая концепция представления элементов алгебры $A_F(P_S)$ некоммутативными рядами, зависящими от конечного числа операторов из $A_F(P_S)$. В общем случае таких операторов будет равно 2^*S . Предложено несколько принципов разложения. В случае $S = 1$ был известен принцип разложения по степеням понижающих и повышающих операторов, который был перенесен для случая произвольного S . Предложено несколько других принципов разложения. Введено определение канонического базиса P_S и соответствующего ему множества канонических операторов, которые уже не являются ни повышающими, ни понижающими.

Ключевые слова: кольцо полиномов, канонические операторы, канонический базис, декомпозиция, понижающие и повышающие операторы

Для цитирования: Максимов В.М. Представление алгебры линейных отображений пространства полиномов в себя некоммутативными рядами // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2019. № 3. С. 72–93. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-72-93

Representation of the linear mapping algebra
for polynomial spaces into themselves
by non-commutative series

Valery V. Maximov

Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia;
Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia
VM_MAXIMOV@mail.ru

Abstract. The main objects of the study are the ring of polynomials in S formal generators (S can be arbitrary natural), denoted by PS over an arbitrary field F of characteristic zero, as well as the algebra of all linear mappings of the space PS to PS , denoted by $AF(PS)$. The algebra $AF(PS)$ is a complex algebraic object with an uncountable number of generators. On the other hand, a number of operators from $AF(PS)$ are of great importance in the analysis. It is enough to mention the operators of the differentiation, integration, shift, the finite and separated differences, and many others. The paper considers the general concept of representing elements of the algebra $AF(PS)$ by non-commutative series depending on a finite number of operators from $AF(PS)$. In the general case, such operators will be equal to $2 * S$. Several decomposition principles are proposed. In the case of $S = 1$ the known was the decomposition principle in powers of the decreasing and increasing operators, the one which was carried over for the case of arbitrary S . Several other decomposition principles are proposed. A definition of the canonical basis PS and the corresponding set of canonical operators, which are neither increasing nor decreasing is introduced.

Keywords: ring of polynomials, canonical operators, canonical basis, decomposition, decreasing and increasing operators

For citation: Maximov V.M. (2019), "Representation of linear mapping algebra for polynomial spaces into themselves by non-commutative series", *RSUH/RGGU Bulletin. "Information Science. Information security. Mathematics" Series*, vol. 3. pp. 72-93. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-72-93

Введение

Алгебра линейных отображений пространства полиномов в себя является удобным алгебраическим инструментом во многих вопросах анализа. Фактически этот инструмент появился у И. Бернулли в 1694 г. [Бернулли 1694]. Формула Тейлора является примером представления оператора сдвига переменной на константу коммутативным рядом по степеням оператора дифференцирования, а формула Маклорена есть алгебраическое тождество в виде некоммутативного ряда по степеням оператора дифферен-

цирования, так как коэффициенты при степенях оператора дифференцирования не коммутируют с ним.

Важно также заметить, что многие результаты символистов XIX в. также могут быть объяснены с точки зрения алгебры отображений пространства полиномов в себя.

В этой связи интересна магистерская работа М. Ващенко-Захарченко от 1862 г. [Ващенко-Захарченко 1862], в которой был предвосхищен метод О. Хэвисайда решения дифференциальных уравнений [Heaviside 1899]. Особенно успешно идея применения алгебры линейных отображений пространства полиномов в себя к различным задачам стала развиваться со второй половины XX в. в работах G.C. Rota и его учеников [Rota 1975], а также многочисленных последователей Ph. Fiensiever [Feinsilver, Mosorley 1996], O.B. Вискова [Висков 1978, Висков 1986], A. Kwasnevski и многих других.

Несмотря на то что представление некоммутативными рядами линейных отображений особенно подчеркивалось у М. Ващенко-Захарченко [Ващенко-Захарченко 1862], общее утверждение о разложении в произвольном случае для полиномов от одной образующей было опубликовано в [Курабанов, Максимов 1986, Максимов 1997] и подробно рассматривалось в диссертации С.Г. Курбанова [Курбанов 1986]. Заметим, что цитируемые выше исследования касались одномерного случая, за исключением формул Тейлора и Маклорена, а также того, что из них следует. Однако возможны и многомерные обобщения.

В данной работе рассматриваются различные типы некоммутативных рядов, представляющих линейные отображения пространства полиномов от многих переменных в себя.

Основные понятия и замечания

Обозначим через PS линейное пространство всех полиномов от s формальных переменных x_1, x_2, \dots, x_s над произвольным полем F характеристики ноль, где s может быть произвольным натуральным числом. Тогда обозначим алгебру всех линейных отображений пространства P_S в P_S через $A_F(P_S)$. Несмотря на простое определение, алгебра $A_F(P_S)$ является сложным алгебраическим объектом. Это подтверждается двумя важными фактами.

Во-первых, из основного результата в [Максимов 2018] следует, что всякий набор образующих в $A_F(P_S)$ является несчетным, и, в частности, алгебра $A_F(P_S)$ не имеет счетного базиса. Во-вторых, всякая алгебра над F со счетным базисом изоморфна некоторой подалгебре $A_F(P_S)$.

Действительно, пусть A – некоторая алгебра над F со счетным базисом a_0, a_1, a_2, \dots , где для удобства будем считать, что A с единицей. Тогда определено регулярное представление алгебры A , состоящее из линейных отображений пространства A . Каждому элементу $a \in A$ соответствует линейное отображение L_a , $L_a(x) = a \cdot x \quad \forall x \in A$. Легко видеть, что $L_{\alpha+\beta}(x) = L_\alpha(x) + L_\beta(x)$ и $L_{\alpha\beta}(x) = L_\alpha(L_\beta(x)) \quad \forall x \in A$. Таким образом, $L_{\alpha+\beta} = L_\alpha + L_\beta$ и $L_{\alpha\beta} = L_\alpha L_\beta$, и отображение $\alpha \rightarrow L_\alpha$ является линейным представлением алгебры A . Так как A с единицей, то это отображение является изоморфизмом. Совокупность $\{L_\alpha\}$, $\alpha \in A$ обозначим L . Следовательно, L -алгебра отображений пространства A изоморфна алгебре A .

Пусть теперь B – некоторое линейное пространство над полем F со счетным базисом b_0, b_1, b_2, \dots . Если имеем $L_\alpha(a_n) = \lambda_{n0}(\alpha)a_0 + \lambda_{n1}(\alpha)a_1 + \dots, n = 0, 1, 2, \dots$, то определим линейное отображение B_α пространства B в себя

$$B_\alpha(b_n) = \lambda_{n0}(\alpha)b_0 + \lambda_{n1}(\alpha)b_1 + \dots, n = 0, 1, 2, \dots,$$

Отображения B_α , $\alpha \in A$ порождают алгебру B линейных отображений B в себя. Очевидно, что отображение $L_a \rightarrow B_a$ является изоморфизмом алгебр A и B . Поэтому если вместо пространства B рассмотреть пространство полиномов P и некоторый его полиномиальный базис $p_0(x_1, \dots, x_s), p_1(x_1, x_2, \dots, x_s), \dots$, то алгебра линейных отображений P в себя, порождаемая отображениями P_α , где $P_\alpha(p_n(p_0(x_1, \dots, x_s))) = \lambda_{n0}(\alpha)p_0(x_1, \dots, x_s) + \lambda_{n1}(\alpha)p_1(x_1, \dots, x_s) + \dots$, является подалгеброй $A_F(P_S)$, изоморфной алгебре A .

Тем не менее алгебра $A_F(P_S)$ обладает одним простым, но важным свойством, вытекающим из определения ее элементов как линейных отображений пространства полиномов в себя. Мы имеем в виду возможность придания смысла некоторым рядам из элементов $A_F(P_S)$ и возможность представить таким рядом по степеням «понижающих» операторов каждый элемент алгебры $A_F(P_S)$.

Более того, когда это возможно, используется лишь конечное число фиксированных операторов, применяемых для разложения любого элемента алгебры $A_F(P_S)$.

Если считать такие операторы за новое определение образующих, то таких образующих в алгебре $A_F(P)$ имеется конечное число, в отличие от несчетного множества образующих в обычном случае. Ниже будет видно, что в случае пространства полиномов P от одной переменной имеется всего две образующих.

Как обычно, моному $x_1^{v_1}, x_2^{v_2}, \dots, x_s^{v_s}$ приписывается степень $\deg(x_1^{v_1}, x_2^{v_2}, \dots, x_s^{v_s}) = v_1 + v_2 + \dots + v_s \geq 0$. В случае $v_i = 0$ пусть $x_i^0 = 1$, где 1 есть единичный элемент поля F . Тогда степень многочлена $f(x_1, \dots, x_s)$ обозначается также $\deg f(x_1, \dots, x_s)$ и определяется как наибольшая степень мономов, входящих в $f(x_1, \dots, x_s)$.

Тогда, очевидно, $\deg(f_1(x_1, \dots, x_s) + f_2(x_1, \dots, x_s)) \leq \max\{\deg(f_1) + \deg(f_2)\}$. Менее очевидно для произвольных полиномов равенство $\deg(f_1 \cdot f_2) = \{\deg(f_1) + \deg(f_2)\}$. Оно будет следовать из того, что кольцо многочленов над произвольным кольцом K без делителей нуля также не имеет делителей нуля. Это легко доказывается по индукции. Действительно, кольцо многочленов с одной образующей над кольцом без делителей нуля, очевидно, без делителей нуля. Тогда многочлен от двух переменных представляется как многочлен от одной переменной, но с коэффициентами из кольца многочленов с одной переменной, которое без делителей нуля. Поэтому и кольцо многочленов от двух переменных над кольцом K будет без делителей нуля и так далее.

В случае полиномов P с одной образующей, фундаментальными для алгебры $A_F(P_S)$ являются понятия «понижающего» и «повышающего» операторов, с помощью которых происходит разложение элементов $A_F(P_S)$ в ряд по степеням «понижающих» операторов. Естественно определяются аналоги этих понятий и в случае полиномов P от многих переменных.

Определение 1. Оператор B (элемент алгебры $A_F(P_S)$) называется понижающим, если для каждого полинома $p(x_1, \dots, x_s)$ из P_S и $B1 = 0$ имеем $\deg Bp(x_1, \dots, x_s) = \deg p(x_1, \dots, x_s) - 1$, либо $Bp(x_1, \dots, x_s) = 0$, и для $\forall n$, найдется полином степени n , для которого $\deg B^k p(x_1, \dots, x_s) = \deg p(x_1, \dots, x_s) - k$.

Определение 2. Оператор Γ (элемент алгебры $A_F(P_S)$) называется повышающим, если для каждого полинома $p(x_1, \dots, x_s)$ из P_S имеем $\deg \Gamma p(x_1, \dots, x_s) = \deg p(x_1, \dots, x_s) + 1$.

Таким образом, в любом случае, если $\deg p(x_1, \dots, x_s) = n$, то $B^{n+X} p(x_1, \dots, x_s) = 0$. Это обстоятельство приводит к появлению смысла для некоторых рядов операторов из $A_F(P_S)$.

Например, если операторы $B_n \in A_F(P)$ понижают степень любого полинома на $m_n \geq n$ или обращают полином в ноль, а T_0, T_1, \dots – произвольные операторы из $A_F(P_S)$, то ряд

$$T = T_0 + T_1 B_1 + T_2 B_2 + \dots \quad (1)$$

определяет некоторый элемент из $A_F(P_S)$, если определить действие T на произвольный полином f степени n как

$$Tf = T_0 f + T_1 (B_1 f) + T_2 (B_2 f) + \dots + T_n (B_n f) \quad (2)$$

Нетрудно видеть, что такие ряды-операторы можно складывать, умножать слева и справа на элементы из P и $A_F(P_S)$, внося это умножение почленно, не изменяя при этом результата умножения на сам оператор, представляемый рядом (1).

Мы рассмотрим специальный случай представления элементов алгебры $A_F(P_S)$ некоммутативными рядами, связанными с алгеброй Вейля [Максимов 2018].

Представление элементов $A_F(P_S)$ некоммутативными рядами по степеням дифференциальных операторов

Дифференциальные операторы, определяемые на формальных полиномах по форме на мономах, совпадают с обычным дифференцированием. Например, если $f(x)$ – формальный полином с коэффициентами из F , то линейный оператор дифференцирования обозначается через D и $Dx^n = nx^{n-1}$. Если $f(x_1, \dots, x_s)$ от s образующих, то D_1, \dots, D_s суть операторы дифференцирования соответственно по x_1, \dots, x_s , т. е.

$$\begin{aligned} D_1 x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} &= v_1 x_1^{v_1-1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}, \dots, D_s x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} \\ &= v_1 x_1^{v_1-1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s-1} \end{aligned}$$

Операторы D_1, \dots, D_s являются понижающими. Первая часть определения 1 очевидна для всех этих операторов. Для проверки второй части определения достаточно рассмотреть многочлен $x_1^n x_2^n \dots x_s^n$ степени sn при любом натуральном n . Тогда, например, оператор $D_1^k x_1^n x_2^n \dots x_s^n = n(n-1)\dots(n-k+1) x_1^{n-k} x_2^n \dots x_s^n$ имеет степень $sn - k$.

Операторы вида $D_1^{v_1} D_2^{v_2} \dots D_s^{v_s}$ также будем называть дифференциальными. Они понижают степень сразу на $v_1 + \dots + v_s = \gamma$. Согласно (1), любой ряд вида

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{v_1+\dots+v_s=n} c_{v_1\dots v_s} D_1^{v_1} D_2^{v_2} \dots D_s^{v_s}, \tag{3}$$

где $c_{v_1\dots v_s}$ произвольные элементы из F , является оператором из $A_F(P_S)$ и называется также дифференциалом. Сложение и умножение производятся так же, как и с формальным рядом от s переменных.

Покажем, что два разных ряда

$$\begin{aligned} T_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{v_1+\dots+v_s=n} c_{v_1\dots v_s}^{(1)} D_1^{v_1} D_2^{v_2} \dots D_s^{v_s} \text{ и} \\ T_2 &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{v_1+\dots+v_s=n} c_{v_1\dots v_s}^{(2)} D_1^{v_1} D_2^{v_2} \dots D_s^{v_s} \end{aligned}$$

определяют два разных оператора. Действительно, пусть $\neq c_{v_1 \dots v_s}^{(2)}$. Тогда рассмотрим действия T_1 и T_2 на моном $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}$.

Легко видеть, что действие оператора $D_1^{\mu_1} D_2^{\mu_2} \dots D_s^{\mu_s}$ на $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}$ при $\mu_1 + \dots + \mu_s > v_1 + \dots + v_s$ равно нулю. В противном случае имеем, что $\mu_1 \leq v_1, \dots, \mu_s \leq v_s$ и, следовательно, $\mu_1 + \dots + \mu_s \leq v_1 + \dots + v_s$, что противоречит предположению.

Аналогично, в случае $\mu_1 + \dots + \mu_s \leq v_1 + \dots + v_s$, но $(\mu_1 \dots \mu_s) \neq (v_1 \dots v_s)$ имеем $D_1^{\mu_1} D_2^{\mu_2} \dots D_s^{\mu_s} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}$ либо 0, либо моном меньшей степени, но не константа, отличная от 0.

Поэтому $T_1 x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} |_{x_1=0, \dots, x_s=0} = c_{v_1 \dots v_s}^{(1)}$ и $T_2 x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} |_{x_1=0, \dots, x_s=0} = c_{v_1 \dots v_s}^{(2)}$

Так как $c_{v_1 \dots v_s}^{(1)} \neq c_{v_1 \dots v_s}^{(2)}$, то значения операторов T_1 и T_2 на мономе $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}$ не равны. Следовательно, $T_1 \neq T_2$. Таким образом, имеем следующее.

Предложение 1. *Подалгебра дифференциальных операторов в $A_F(P_S)$, где P – пространство полиномов от s образующих, изоморфна алгебре формальных рядов от s образующих над полем T .*

Теперь рассмотрим специальные операторы в $A_F(P_S)$, которые повышают степени полиномов. Обозначим эти операторы X_1, \dots, X_s , и положим $X_1 f(x_1, \dots, x_s) = x_1 f(x_1, \dots, x_s), \dots, X_s f(x_1, \dots, x_s) = x_s f(x_1, \dots, x_s)$. То есть X_i – это операторы умножения на переменную $x_i, i = \overline{1, s}$. В случае одной образующей x обозначим через X оператор умножения на переменную x . Операторы X_1, \dots, X_s , так же, как и дифференциальные операторы, очевидно, перестановочны.

Имеет место следующая основная.

Теорема 1. (Первая теорема о разложении). *Каждый оператор T из $A_F(P_S)$ однозначно представляется в виде*

$$T = p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_S) + p_{1\dots 0}(X_1, \dots, X_S)D_1 + \dots + p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_S)D_S + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{v_1+\dots+v_S=n} p_{v_1\dots v_S}(X_1, \dots, X_S)D_1^{v_1} D_2^{v_2} \dots D_S^{v_S} \quad (4)$$

Где $p_{v_1\dots v_S}(X_1, \dots, X_S)$ однозначно определенные по оператору T полиномы от X_1, \dots, X_S с коэффициентами из поля X . Обратно, каждому такому ряду с произвольными коэффициентами $p_{v_1\dots v_S}(X_1, \dots, X_S)$ однозначно соответствует некоторый оператор из алгебры $A_F(P_S)$.

Таким образом, между всеми такими рядами (4) и множеством всех элементов алгебры $A_F(P_S)$ имеет место взаимно-однозначное соответствие. При этом очевидно, что это линейный изоморфизм.

Доказательство. То, что ряд (4) представляет некоторый оператор из $A_F(P_S)$, следует из (1) и (2). Пусть теперь T – произвольный элемент из $A_F(P_S)$. Оператор T однозначно задается на произвольном базисе пространства P_S . В случае пространства полиномов от s образующих x_1, \dots, x_s удобно рассмотреть базис, состоящий из мономов $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_S}$. Тогда T однозначно определен своими значениями $T x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_S} = t_{v_1\dots v_S}(x_1, \dots, x_s)$ полинома от x_1, \dots, x_s . Поэтому если допустить, что T представляется рядом (4), то по полиномам $t_{v_1\dots v_S}(x_1, \dots, x_s)$ коэффициенты ряда (4) можно определить однозначно.

Для этого подействуем левой и правой частью (4) на $1 \in F$

$$T1 = t_{0\dots 0}(x_1, \dots, x_s) = p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_S)1 = p_{0\dots 0}(x_1, \dots, x_s).$$

Таким образом, полином $p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_S)$ определен однозначно, так как если $p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_S) = \sum \lambda_{i_1\dots i_S} X_1^{i_1} X_2^{i_2} \dots X_S^{i_S}$ то, очевидно, $p_{0\dots 0}(x_1, \dots, x_s) = \sum \lambda_{i_1\dots i_S} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_s^{i_S} = t_{0\dots 0}(x_1, \dots, x_s)$.

Мономы $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_S}$ линейно независимы, следовательно, многочлен $t_{0\dots 0}(x_1, \dots, x_s)$ однозначно определяет $p_{0\dots 0}(x_1, \dots, x_s)$, а,

следовательно, и $p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_s)$. Теперь предположим по индукции, что коэффициенты $p_{v_1\dots v_s}(X_1, \dots, X_s)$ определены для всех $v_1 \dots v_s$, для которых $v_1 + \dots + v_s < n$. Тогда $D_1^{\mu_1} D_2^{\mu_2} \dots D_s^{\mu_s} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} = 0$, если $\mu_1 + \dots + \mu_s = n$, $v_1 + \dots + v_s < n$ и хотя бы один из $\mu_i \in v_i$. В этом случае, очевидно, найдется $\mu_i > v_i$. Если $\mu_1 + \dots + \mu_s > 0$, то $D_1^{\mu_1} D_2^{\mu_2} \dots D_s^{\mu_s} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} = 0$ всегда. Поэтому, действуя обеими частями (4) на $x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}$, $v_1 + \dots + v_s = n$, получим

$$T x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} = t_{v_1\dots v_s}(x_1, \dots, x_s) = \\ \sum_{\mu_1 + \dots + \mu_s < n} p_{\mu_1\dots \mu_s}(x_1, \dots, x_s) D_1^{\mu_1} D_2^{\mu_2} \dots D_s^{\mu_s} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s} + \\ v_1! \dots v_s! p_{v_1\dots v_s}(x_1, \dots, x_s)$$

В сумме $\sum_{\mu_1 + \dots + \mu_s < n}$ по индукции полиномы $p_{\mu_1\dots \mu_s}(X_1, \dots, X_s)$ определены однозначно.

Полином $t_{v_1\dots v_s}(x_1, \dots, x_s)$ также известен, а коэффициент $v_1! \dots v_s! \neq 0$. Поэтому мы находимся в тех же условиях, когда определяем полином $p_{0\dots 0}(X_1, \dots, X_s)$. Следовательно, полином $p_{v_1\dots v_s}(X_1, \dots, X_s)$ также определяется однозначно. Из этих рассуждений следует, что если $T = 0$ нулевой оператор, то все коэффициенты $p_{v_1\dots v_s}(X_1, \dots, X_s)$ равны нулю. Наконец, сумме двух рядов вида (4) соответствует ряд с соответствующими суммами коэффициентов. Отсюда также следует, что соответствие оператора T в его ряд (4) задает линейный изоморфизм линейного пространства алгебры $A_T(P_S)$ в пространстве рядов вида (4).

Эта простая теорема имеет важное значение для представления различных операторов или группы операторов в виде некоммутативных рядов (4), а также представления различных исчислений [Rota 1975], [Висков 1986].

Эта теорема эффективно используется в случае полиномов от одной переменной x . В этом случае теорема 1 допускает более общую формулировку, а именно: пусть B и Γ – произвольный повы-

шающий и понижающий операторы соответственно. Тогда для любого оператора $T A_F(P_S)$ имеет место

$$\Gamma = p_0(I) + p_1(I)B + p_2(I)B^2 + \dots \quad (5)$$

В частности, можно положить $\Gamma = X$, $B = D$ [10].

Проинтерпретируем некоторые известные формулы классического анализа теоремой 1.

1) Универсальный ряд И. Бернулли представляем в виде

$$f(0) = f(x) + \frac{x}{1!} f'(x) + \frac{x^2}{2!} f''(x) + \dots \quad (6)$$

Будем считать $f(0)$ линейным отображением пространства полиномов в значение полинома в нуле. Обозначим этот ряд, который является функционалом, через V_0 . Тогда равенство (6) приобретает вид $V_0 = 1 - \frac{x}{1!} D + \frac{x^2}{2!} D^2 + \dots$

Для случая полинома p от s образующих из теоремы 1 получим

$$V_0 = \sum_{v_i \geq 0} \frac{(-1)^{v_1 + \dots + v_s}}{v_1! \dots v_s!} x_1^{v_1} x_2^{v_2} \dots x_s^{v_s}, D_1^{v_1} D_2^{v_2} \dots D_s^{v_s} \quad (7)$$

2) В формуле Тейлора

$$f(x + a) = f(a) + \frac{x}{1!} f'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \dots \quad (8)$$

можно рассматривать преобразования многочлена $f(x)$ в $f(x + a)$. Это оператор сдвига переменной на постоянную a . Сложение коммутативно, и в правой части (8) x и a можно поменять местами, получив

$$f(x + a) = f(a) + \frac{x}{1!} f'(a) + \frac{x^2}{2!} f''(a) + \dots \quad (9)$$

Если оператор сдвига на a обозначить как E^a , то (9) можно представить в виде:

$$E^a = 1 - \frac{x}{1!} D + \frac{x^2}{2!} D^2 + \dots = e^{aD}. \quad (10)$$

При этом $A = E^0$ – тождественный оператор.

В многомерном случае, очевидно, имеем

$$E^{a_1, \dots, a_s} = e^{a_1} D_1 + \dots + e^{a_s} D_s = e^{a_1} D_1 \dots e^{a_s} D_s$$

Общий принцип разложения операторов из $A_F(P_S)$.

Исчисление в алгебре $A_F(P_S)$

Теорема 1 – только один из принципов построения некоммутативных рядов, представляющих элементы $A_F(P)$. Предложим общий принцип построения таких рядов, из которых, в частности, следует и теорема 1.

Пусть последовательно заданы произвольные наборы коммутативных повышающих операторов $\{\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}\}$, $n = 0, 1, 2, \dots$ и наборы понижающих операторов $\{B_n(v_1, \dots, v_s)\}$ где $v_1 \dots v_s$ принимают независимо $0, 1, \dots$ с условием $v_1 + \dots + v_s = n$, $n = 0, 1, 2, \dots$

Тогда имеет место

Теорема 2 (Принцип разложения). *Если для каждого $n = 0, 1, 2, \dots$ наборы $\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}$ коммутативны и многочлены $\Gamma_{n_1}^{v_1} \dots \Gamma_{n_s}^{v_s} 1$ при всех $v_1 \dots v_s = 0, 1, 2, \dots$ образуют базис пространства полиномов P_S , и операторы $B_n(v_1 \dots v_s)$ понижают степень любого полинома не менее, чем на $v_1 + \dots + v_s = v$, и при этом*

$$\det \|B_n(v_1, \dots, v_s) x_1^{\mu_1} \dots x_s^{\mu_s}\| = \text{const} \neq 0 \quad (11)$$

где $\mu_1, \dots, \mu_s = 0$ $\mu_1 + \dots + \mu_s = n$, то любой оператор $T \in A_F(P_S)$ однозначно представляем некоммутативным рядом,

$$T = p_{0 \dots 0}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{v_1 + \dots + v_s = n} p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) B_n(v_1 \dots v_s) \quad (12)$$

Доказательство. Каждому полиному $f(x_1, \dots, x_s)$ взаимно однозначно соответствует полином $p_f(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})$, удовлетворяющий условию $f(x_1, \dots, x_s) = p_f(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})1$. Очевидно, это следует из условия, что полиномы $\{(I_{n_1}^{v_1} \dots I_{n_s}^{v_s} 1)\}$ образуют базис P_s . Поэтому, предполагая равенство (12) справедливым, действуя обеими его частями на 1, получим $T1 = t_{0\dots 0}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) = p_{0\dots 0}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})1$. Следовательно, полином $p_{0\dots 0}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})$ определяется однозначно. Предполагая теперь по индукции, что определены все полиномы $p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})$ при $v_1 + \dots + v_s < n$ определим все полиномы $p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})$ при $v_1 + \dots + v_s = n$. Действуя обеими частями (12) на мономы $x_1^{\mu_1}, \dots, x_s^{\mu_s}$ при $\mu_1 + \dots + \mu_s = n$ и учитывая, что коэффициенты с меньшими индексами уже известны, придем для каждого набора μ_1, \dots, μ_s $\mu_1 + \dots + \mu_s = n$ к уравнениям

$$\sum_{v_1 + \dots + v_s = n} p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) B_n(v_1, \dots, v_s) x_1^{\mu_1} \dots x_s^{\mu_s} = t_{\mu_1 \dots \mu_s}(x_1, \dots, x_s), \tag{13}$$

где $t_{\mu_1 \dots \mu_s}(x_1, \dots, x_s)$ – однозначно определенные многочлены по полиному $T x_1^{\mu_1} \dots x_s^{\mu_s}$ и по полиномам $p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) B_m(v_1, \dots, v_s) x_1^{\mu_1} \dots x_s^{\mu_s}$ при $v_1 + \dots + v_s \leq m < n$, так как полиномы $p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s})$ уже определены по индукции при $v_1 + \dots + v_s = m < n$.

Многочлены $B_n(v_1, \dots, v_s) x_1^{\mu_1} \dots x_s^{\mu_s}$, $v_1 + \dots + v_s = n$, $\mu_1 + \dots + \mu_s = n$ являются константами, обозначаемыми $C_{v_1, \dots, v_s}^{\mu_1, \dots, \mu_s}$. По предположению, определитель из этих констант $|C_{v_1, \dots, v_s}^{\mu_1, \dots, \mu_s}| \neq 0$.

Здесь строки индексируются наборами v_1, \dots, v_s , а столбцы наборами μ_1, \dots, μ_s , Поэтому равенство (13) можно представить в виде

$$\sum_{v_1 + \dots + v_s = n} p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) 1 C_{v_1, \dots, v_s}^{\mu_1, \dots, \mu_s} = t_{\mu_1 \dots \mu_s}(x_1, \dots, x_s), \tag{14}$$

Таким образом, многочлены $p_{v_1 \dots v_s}(G_{n_1}, \dots, G_{n_s})$ однозначно находятся из уравнения (14) и, следовательно, как отмечалось в начале доказательства, однозначно определяются и полиномы $p_{v_1 \dots v_s}(G_{n_1}, \dots, G_{n_s})$.

Наконец, всякий ряд, являющийся правой частью (12), однозначно определяет некоторый оператор в $A_F(P_S)$.

Рассмотрим несколько важных примеров.

1. Случай теоремы 1 сразу следует из теоремы 2, если уточнить выбор порядков: в наборах $\{(v_1 \dots v_s)\}$ это нумерация строк, а в наборах (μ_1, \dots, μ_s) – нумерация столбцов. При этом $v_1 + \dots + v_s = \mu_1 + \dots + \mu_s = n$, в этом случае $B_n(v_1, \dots, v_s)x_1^{\mu_1} \dots x_s^{\mu_s} = D_1^{v_1} \dots D_s^{v_s} = v_1! \dots v_s!$, если $\mu_1 = v_1, \dots, \mu_s = v_s$, и 0 в других случаях. Поэтому матрица $\|C_{v_1, \dots, v_s}^{\mu_1, \dots, \mu_s}\|$ диагональная с числами $v_1! \dots v_s! \neq 0$ на диагонали. Далее, все $G_{n_i} = X_i$, и поэтому удовлетворяют условиям теоремы 2.

2. Другой пример понижающих операторов – операторы раздельной разности, обозначаемые $\overline{D}_1, \dots, \overline{D}_s$, где $\overline{D}_i f(x_1, \dots, x_s) = \frac{f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_s) - f(x_1, \dots, 0, \dots, x_s)}{x_i}$. Очевидно, что $\overline{D}_i x_1^{v_1} \dots x_i^{v_i} \dots x_s^{\mu_s}$. Поэтому $\|C_{v_1, \dots, v_s}^{\mu_1, \dots, \mu_s}\|$ в этом случае при том же порядке строк и столбцов будет единичной. Из этого получены однозначные решения $\forall T \in A_F(P_S)$:

$$T = p_{0 \dots 0}(X_1, \dots, X_s) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{v_1 + \dots + v_s = n} p_{v_1 \dots v_s}((X_1, \dots, X_s) \overline{D}_1^{v_1} \dots \overline{D}_s^{v_s}) \quad (15)$$

3. Рассмотрим операторы конечной разности $\Delta_1, \dots, \Delta_s$; $\Delta_i f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_s) = f(x_1, \dots, x_i + 1, \dots, x_s) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_s)$.

Все Δ_i коммутативны и очевидно, что $\Delta_i^v x_i^v = v!$. Поэтому $\Delta_1^{v_1} \dots \Delta_s^{v_s} x_1^{\mu_1} \dots x_1^{\mu_i} \dots x_1^{\mu_s} = v_1! \dots v_s! \neq 0$ при $v_1 = \mu_1, \dots, v_s = \mu_s$, и 0 в других случаях. Поэтому имеем аналогично теореме 1

$$T = Q_{0 \dots 0}(X_1, \dots, X_s) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{v_1 + \dots + v_s = n} Q_{v_1 \dots v_s}(X_1, \dots, X_s) \Delta_1^{v_1} \dots \Delta_s^{v_s} \quad (16)$$

Можно рассмотреть и много других интересных примеров по аналогии с 1), 2) и 3).

Однако имеет место обобщающая их

Теорема 3. *В условиях теоремы 1 предположим, что $B_n(v_1, \dots, v_s) = B_1^{v_1} \dots B_s^{v_s}$, где каждый оператор B_i действует как понижающий на переменную x_i , а остальные переменные рассматриваются как константы при действии B_i . Тогда $\forall T \in A_F(P_s)$ имеем*

$$T = p_{0\dots 0}(G_{n_1}, \dots, G_{n_s}) + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{v_1+\dots+v_s=n} p_{v_1\dots v_s}(G_{n_1}, \dots, G_{n_s}) B_1^{v_1} \dots B_s^{v_s} \quad (17)$$

Доказательство. Для доказательства достаточно проверить, что матрица $\|C_{v_1, \dots, v_s}^{\mu_1, \dots, \mu_s}\|$ в этом случае диагональная с ненулевыми элементами на диагонали. Но это очевидно так же, как и в случаях 1), 2), 3), поскольку $B_i^v x_i^v = c_i^v \neq 0$, но $B_1^{\mu_1} \dots B_s^{\mu_s} x_1^{v_1} \dots x_i^{v_i} \dots x_s^{v_s} = 0$, так как $v_1 + \dots + v_s = \mu_1 + \dots + \mu_s = n$, и поэтому найдется i , для которого $\mu_i > v_i$, и поэтому $B_i^{v_i} x_i^{v_i} = 0$.

Канонические операторы и соответствующие им канонические базисы

Оказывается, представление операторов из $A_F(P_s)$ некоммутативными рядами по степеням повышающих и понижающих операторов не является единственно возможным. Можно вообще отказаться от понятия понижающих операторов, как отказались от повышающих в теореме 2, если встать на концепцию понятия канонического базиса и связанных с этим базисом канонических операторов.

Определение 3. *Базис пространства полиномов P_s называется каноническим, если элементы базиса занумерованы набором $(v_1 \dots v_s)$, где $v_1 \dots v_s$ принимают независимые значения 0, 1, 2, ... Элементы такого базиса можно записать в виде $b_{v_1, \dots, v_s}(x_1, \dots, x_s)$.*

При этом выполнены условия:

1. $b_{v_1, \dots, v_s}(0, \dots, 0) = 0$, если $v_1, \dots, v_s > 0$
2. $b_{0, \dots, 0}(x_1, \dots, x_s) = 1$.

Например, базис из мономов $x_1^{v_1} \dots x_s^{v_s}$, очевидно, является каноническим. Хотя в данном примере степень монома равна v_1, \dots, v_s , в общем случае канонического базиса $\deg b_{v_1, \dots, v_s}(x_1, \dots, x_s)$ может быть равной, меньшей или большей v_1, \dots, v_s в зависимости от v_1, \dots, v_s . Это следует из того, что канонический базис можно легко построить из любого базиса.

Пусть $f_0(x_1, \dots, x_s), \dots, f_n((x_1, \dots, x_s), \dots)$ произвольный базис пространства P_s с условием $f_0(x_1, \dots, x_s) = 1, f_n(0, \dots, 0) = 0, \forall n > 0$. Рассмотрим все наборы v_1, \dots, v_s кроме нулевого $(0, \dots, 0)$, и упорядочим их произвольным образом, т. е. рассмотрим некоторое взаимно однозначное соответствие между множеством наборов v_1, \dots, v_s , кроме нулевого, и множеством всех натуральных чисел. Тогда если набору v_1, \dots, v_s соответствует число n , то положим $b_{v_1, \dots, v_s}(x_1, \dots, x_s) = f_n(x_1, \dots, x_s)$ и $b_{0, \dots, 0}(x_1, \dots, x_s) = 1$. Таким образом, множество полиномов $\{b_{v_1, \dots, v_s}(x_1, \dots, x_s)\}$ образует канонический базис.

Определение 4. Операторы $B_1, \dots, B_s \in A_F(P_s)$ называются каноническими, если существует канонический базис $\{b_{v_1, \dots, v_s}(x_1, \dots, x_s)\}$ пространства P_s , на котором оператор действует по правилу $B_1 b_{v_1, \dots, v_s} = v_1 b_{v_1-1, \dots, v_s}, \dots, B_s b_{v_1, \dots, v_s} = v_s b_{v_1, \dots, v_s-1}$ и для всех $i, B_i b_{0, \dots, 0} = 0$.

Заметим, что операторы $\widetilde{B}_1, \dots, \widetilde{B}_s$ определенные как $\widetilde{B}_1 b_{v_1, \dots, v_s} = b_{v_1-1, \dots, v_s}, \dots, \widetilde{B}_s b_{v_1, \dots, v_s} = b_{v_1, \dots, v_s-1}$ (если $v_i = 0$, то $B_i b_{v_1, \dots, v_s} = 0$ и $\widetilde{B}_i b_{v_1, \dots, v_s} = 0$ по определению) будут также каноническими, но определены для другого канонического базиса, а именно $\widetilde{b}_{0, \dots, 0} = b_{0, \dots, 0}, \widetilde{b}_{v_1, \dots, v_s} = v_1! \dots v_s! b_{v_1, \dots, v_s}$ (полагаем $0! = 1$). Тогда очевидно, что $\widetilde{B}_i b_{v_1, \dots, v_s} = v_i b_{v_1, \dots, v_i-1, \dots, v_s}$.

Аналогичное справедливо и в обратную сторону. Поэтому канонические операторы иногда будем рассматривать относительно полиномов b_{v_1, \dots, v_s} для которых $B_i b_{v_1, \dots, v_s} = b_{v_1, \dots, v_i, \dots, v_s}$.

Из определения действия канонических операторов на каноническом базисе следует, что операторы B_1, \dots, B_s коммутативны, и все операторы $B_1^{\mu_1}, \dots, B_s^{\mu_s}$ линейно независимы над полем F .

Коммутативность прямо следует из Определения 4. Далее допустим, что некоторые операторы $B_1^{\mu_1}, \dots, B_s^{\mu_s}$ линейно независимы. Тогда $\sum_{\mu_1, \dots, \mu_s} c_{v_1, \dots, v_s} B_1^{\mu_1} \dots B_s^{\mu_s} = 0$ (нулевой оператор), при ненулевых $c_{v_1, \dots, v_s} \in F$. Подействуем обеими частями на многочлен b_{v_1, \dots, v_s} , где набор $v_1 \dots v_s$ встречается в сумме $\sum_{\mu_1, \dots, \mu_s}$. Тогда $c_{v_1, \dots, v_s} B_1^{v_1} \dots B_s^{v_s} b_{v_1, \dots, v_s} = c_{v_1, \dots, v_s} b_{0, \dots, 0} = c_{v_1, \dots, v_s}$. Остальные члены $B_1^{\mu_1} \dots B_s^{\mu_s} b_{v_1, \dots, v_s}$ либо равны нулю, либо равны $b_{v_1 - \mu_1, \dots, v_s - \mu_s}$, где хотя бы одна разность $v_i - \mu_i > 0$. Поэтому значение в нуле таких многочленов равно 0. Итак, мы получаем $c_{v_1, \dots, v_s} = 0$.

Теорема 4. *Канонические операторы B_1, \dots, B_s однозначно определены только одним каноническим базисом.*

Доказательство. Допустим, что имеется два различных канонических базиса $\{b_{v_1, \dots, v_s}\}$ и $\{p_{v_1, \dots, v_s}\}$ определяющих операторы B_1, \dots, B_s . Для простоты рассмотрим случай $s = 2$. Тогда каждый полином $\{b_{v_1 v_2}\}$ однозначно представляется в виде

$$\{b_{v_1 v_2}\} = \sum C_{vj} P_{vj} + \sum_{k < v} C_{kl} P_{kl} \quad (18)$$

Здесь число v – наибольшее среди первых индексов полиномов $p_{i,j}$, по которым раскладывается полином $b_{v_1 v_2}$. Возможны три случая:

1. $v_1 > v$. В этом случае, применяя оператор $B_1^{v_1}$ к равенству (18), получим $\{b_{0, v_2}\} = 0$, что противоречит свойству базиса $\{b_{i,j}\}$.
2. $v_1 < v$. В этом случае, применяя оператор B_1^v к равенству (18), получим $0 = \sum_j C_{vj} P_{0j}$, что противоречит свойству линейной независимости канонических полиномов. Поэтому все $\{b_{i,j}\} = 0$, и приходим к случаю 1.
3. $v_1 > v$. В этом случае предположим, что наборы (i, j) линейно упорядочены (лексикографически). При этом очевидно, что если

$(i_1, j_1) < (i_2, j_2)$ и $j_2 > j_1, i_2 > 0$, то $(i_1, j_1 - 1) < (i_2, j_2 - 1)$ также справедливо и для первого индекса. Так как $b_{0,0} = 1, p_{0,0} = 1$, то по индукции можно предположить, что $p_{i,j} = b_{i,j}, \forall (i, j) < (v_1, v_2)$. Поэтому в разложении

$$b_{v_1, v_2} = \sum_{i,j} c_{i,j} P_{i,j} \quad (19)$$

где сумма в правой части расположена в лексикографическом порядке (i, j) и максимальное (i, j) равно (v_1, v_2) . В противном случае приходим к случаю 1 или 2. Далее, в сумме (19) индексы $(i, j) < (v_1, v_2)$ не могут быть больше $(0,0)$, так как, действуя операторами B_1 или B_2 на обе части (19) и учитывая предположение индукции, получим

$$\begin{aligned} b_{v_1-1, v_2} &= \sum c_{i-1, j} P_{i-1, j} = \sum c_{i-1, j} b_{i-1, j} && \text{или} \\ b_{v_1, v_2-1} &= \sum c_{i, j-1} P_{i, j-1} = \sum c_{i, j-1} b_{i, j-1} \end{aligned} \quad (20)$$

Из этого следует, что все коэффициенты $c_{i,j}$ кроме $c_{0,0}$ и c_{v_1, v_2} равны 0. Поэтому имеем:

$$b_{v_1, v_2} = c_{0,0} b_{0,0} + c_{v_1, v_2} p_{v_1, v_2-1} \quad (21)$$

Полагая $x_1 = \dots = x_s = 0$ получим $c_{0,0} = 0$. Итак, $b_{v_1, v_2} = p_{v_1, v_2}$

Канонические операторы позволяют обобщить теорему 3, отказавшись от концепции понижающих операторов и заменив их на специальные коммутативные канонические операторы.

Теорема 5. Пусть B_1, \dots, B_s произвольные канонические операторы на P_s . Тогда при условиях теоремы 2 наборы коммутативных операторов $\{\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}\}$ на P_s , при которых все многочлены при каждом фиксированном $n\{\Gamma_{n_1}^{v_1}, \dots, \Gamma_{n_s}^{v_s} 1\}$, $v_1, \dots, v_s = 0, 1, \dots$ образуют базис P_s для каждого оператора $T \in A_F(P_s)$ имеет место единственное разложение

$$T = p_0(\Gamma_{0,1}, \dots, \Gamma_{0,s}) + \sum_{n=1}^{\infty} (\sum_{v_1+\dots+v_s} p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n_1}, \dots, \Gamma_{n_s}) B_1^{v_1} \dots B_s^{v_s}) \quad (22)$$

Доказательство. Доказательство можно провести так же, как и доказательство теоремы 1. Только здесь вместо мономов $x_1^{v_1} \dots x_s^{v_s}$ используем канонические базисные полиномы $b_{v_1 \dots v_s}$, соответствующие каноническим операторам $B_1 \dots B_s$, действуя на них левой и правой частью предполагаемого равенства (22). Так как полином $p_0(\Gamma_{0,1}, \dots, \Gamma_{0,s})$ однозначно определяется действием равенства (22) на $b_{0 \dots 0} = 1$ и условиями на операторы $(\Gamma_{0,1}, \dots, \Gamma_{0,s})$, то предположим по индукции единственного представления всех многочленов $p_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{k,1}, \dots, \Gamma_{k,s})$ при всех $v_1 \dots v_s$, для которых $v_1 + \dots + v_s = k < n$. Тогда действие на произвольный полином $b_{v_1 \dots v_s} v_1 + \dots + v_s = n$, получим $B_1^{\mu_1} \dots B_s^{\mu_s} b_{v_1 \dots v_s} = 0$ при $\mu_1 + \dots + \mu_s = n, v_i \neq \mu_i, i = 1, \dots, s$. Следовательно, (22) дает

$$T b_{v_1 \dots v_s} P_0(\Gamma_{0,1}, \dots, \Gamma_{0,s}) b_{v_1 + \dots + v_s} \sum_{k=1}^{n-1} (\sum P_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{k,1}, \dots, \Gamma_{k,s}) B_1^{\mu_1} \dots B_s^{\mu_s} b_{v_1 + \dots + v_s}) + P_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n,1}, \dots, \Gamma_{n,s}) 1 \tag{23}$$

Так как все полиномы кроме $P_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n,1}, \dots, \Gamma_{n,s})$ известны, то полином $P_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n,1}, \dots, \Gamma_{n,s})$ находится из условия $P_{v_1 \dots v_s}(\Gamma_{n,1}, \dots, \Gamma_{n,s}) 1 = t(x_1, \dots, x_s)$, где $t(x_1, \dots, x_s)$ – известный полином, который однозначно раскладывается по базису $\Gamma_{n_1}^{i_1}, \dots, \Gamma_{n_s}^{i_s} 1$ в виде

$$t(x_1, \dots, x_s) = \sum_{i_1, \dots, i_s} \lambda_{i_1 \dots i_s} \Gamma_{n_1}^{i_1}, \dots, \Gamma_{n_s}^{i_s} 1.$$

Следовательно, $P_{v_1 \dots v_s} = \sum_{i_1, \dots, i_s} \lambda_{i_1 \dots i_s} \Gamma_{n_1}^{i_1}, \dots, \Gamma_{n_s}^{i_s} 1$.

Заметим, что для канонических операторов $B_1 \dots B_s$ нет проблемы нахождения систем операторов $\{\Gamma_{n,1}, \dots, \Gamma_{n,s}\}, n = 0, 1, 2, \dots$ для которых множество полиномов $\{\Gamma_{n_1}^{v_1}, \dots, \Gamma_{n_s}^{v_s}\} 1, v_i = 0, 1, 2, \dots$ образует базис P_3 при любых $n = 0, 1, 2, \dots$. Для этого надо взять один и тот же набор (при всех $n = 0, 1, 2, \dots$) операторов $\Gamma_1, \dots, \Gamma_s$, которые определяются на каноническом базисе $b_{v_1 \dots v_s}$ по правилу: $\Gamma b_{v_1 \dots v_s} = b_{v_1-1, v_2, \dots, v_s}, \dots, \Gamma_s b_{v_1, \dots, v_s} = b_{v_1, \dots, v_s-1, v_{s+1}}$

Тогда очевидно, что операторы G_1, \dots, G_s коммутативны и $G_{n_1}^{v_1}, \dots, G_{n_s}^{v_s} 1 = b_{v_1, \dots, v_s}$, т. е. множество полиномов $\{G_{n_1}^{v_1}, \dots, G_{n_s}^{v_s} 1\}$, $v_i = 0, 1, 2, \dots$ образует базис P_S . Таким образом, по теореме 5 имеет место разложение элементов $A_F(P_S)$ по степеням операторов $B_1^{v_1}, \dots, B_s^{v_s}$ с полиномиальными коэффициентами от G_1, G_2, \dots, G_s над полем F . Наконец, заметим, что операторы G_i и B_i , $i = \overline{1, s}$ связаны соотношением Вейля, т. е. соотношениями $B_i G_i - G_i B_i = 1$ (тождественное отображение). Это соотношение очевидно выполняется на каноническом базисе канонических операторов B_1, \dots, B_s . Поэтому алгебра некоммутативных рядов по степеням операторов дифференцирования D_1, \dots, D_s с полиномиальными коэффициентами X_1, \dots, X_s над полем X и алгебра некоммутативных рядов по степеням B_1, \dots, B_s с полиномиальными коэффициентами от G_1, \dots, G_s над полем X изоморфны. Очевидно, этот изоморфизм осуществляется заменой операторов D_i на B_i и X_i на G_i . Так как каждому такому ряду однозначно соответствуют операторы из $A_F(P_S)$, то это задаёт автоморфизм алгебры $A_F(P_S)$.

Заключение

Необходимо еще раз отметить, что первые некоммутативные ряды по степеням понижающих и повышающих операторов – это (универсальный) ряд Бернулли и ряд Тейлора. Спустя 150 лет М. Ващенко-Захарченко [Ващенко-Захарченко 1862] чисто символическим методом получил представление степеней оператора интегрирования J , где $J_f = \int_0^x f(t) dt$ (у М. Ващенко-Захарченко оператор J обозначается D^{-1}), в функциональном виде, но фактически являющихся некоммутативными рядами по степеням оператора дифференцирования D и оператора X .

В случае первой степени этот ряд будет так называемой строкой Бернулли,

$$J = X - \frac{X^2}{2!} D + \frac{X^3}{3!} D^2 - \dots$$

Литература

- Бернулли 1694 – *Бернулли И.* Acta eruditum. Лейпциг, 1694.
- Вашенко-Захарченко 1862 – *Ващенко-Захарченко М.* Символическое исчисление и приложение его к интегрированию линейных дифференциальных уравнений. Киев: Университетская типография, 1862.
- Висков 1978 – *Висков О.В.* О базисах в пространстве полиномов // ДАН СССР. 1978. Т. 239. № 1. С. 22–35.
- Висков 1986 – *Висков О.В.* Некоммутативный подход к классическим задачам анализа // Труды математического института им. В.А. Стеклова. Вып. СІХХУІІ. 1986. С. 21–32.
- Курбанов, Максимов 1986 – *Курбанов С.Г., Максимов В.М.* Взаимные расположения дифференциальных операторов и операторов разделения разности // Доклады АН УзССР. 1986. № 4. С. 8–9.
- Курбанов 1986 – *Курбанов С.А.* Разложения по степеням понижающих операторов и приложения в анализе: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Ташкент, 1986.
- Максимов 1997 – *Максимов В.М.* Представление алгебры линейных отображений косым произведением алгебр // УМН. 1997. Т. 56. № 1 (337). С. 171–172.
- Максимов 2018 – *Максимов В.М.* Об алгебрах, порождаемых основными операторами анализа X, D, I // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2018. № 1. С. 74–93.
- Feinsilver, Mosorley 1996 – *Feinsilver Ph., J. Mosorley J.* Combinatorial interpretation and operator calculus of Lommel Polynomials // Journal of Combinatorial Theory. 1996. Series A. Vol. 75 (1). P. 163–171.
- Heaviside 1899 – *Heaviside O.* Electromagnetic theory. London, 1899.
- Rota 1975 – *Rota G.-C.* Finite operator calculus. New York: Academic Press, 1975.

References

- Bernoulli, J. (1694), Acta eruditum, Leipzig, Germany
- Feinsilver, Ph.J. and Mosorley, J. (1996), “Combinatorial interpretation and operator calculus of Lommel polynomials”, *Journal of combinatorial theory, Series A*, vol. 75. pp. 163-171.
- Heaviside, O. (1899), *Electromagnetic theory*, London, UK
- Kurabanov, S.G. and Maximov, V.M. (1986), “Mutual arrangements of the differential operators and the difference separation operators”, *Reports of the Academy of Sciences of the Uzbek SSR*, vol. 4, pp. 8-9.
- Kurbanov, S.A. (1986), Decompositions of the powers of lowering operators and applications in the analysis, PhD Thesis, Tashkent, USSR.
- Maximov, V.M. (1997), “Representation of an algebra of linear mappings by an oblique product of algebras”, *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 56 (337), pp. 171-172.
- Maximov, V.M. (2018). “About the algebras generated by basic operators of mathematical analysis X, D and I ”, *RSUH/RGGU Bulletin. “Information Science. Information security. Mathematics” Series*, vol. 1, pp. 74-93.

- Rota, G.-C. (1975), *Finite operator calculus*, Academic Press, New York, USA.
- Vaschenko-Zakharchenko, M. (1862), *Simvolicheskoe ischislenie i prilozhenie ego k integriro-vaniyu lineinykh differentsial'nykh uravnenii* [Symbolic calculus and its application to the integration of linear differential equations], University Printing House, Kiev, Russia.
- Vyskov, O.V. (1978), "On bases in the space of polynomials", *Doklady Akademii Nauk SSSR*, vol. 239, pp. 22-35.
- Vyskov, O.V. (1986), "Non-commutative approach to classical problems of analysis", *Trudy Matematicheskogo Instituta AN SSSR imeni Steklova*, vol. CIXXYII, pp. 21-32.

Информация об авторе

Валерий М. Максимов, доктор физико-математических наук, профессор, Российский государственный гуманитарный университет, Москва, Россия; 125993, Россия, Москва, Миусская пл., д. 6;

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия; 117198, Россия, Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 6; warut698@yandex.ru

Information about the author

Valery M. Maximov, Dr. of Sci. (Mathematics), professor, Russian State University for the Humanities, Moscow, Russia; bld. 6, Miusskaya Sq., Moscow, Russia, 125993;

Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia; bld. 6, Miklouho-Maclai Str., Moscow, Russia, 117198; warut698@yandex.ru

Численное исследование флаттера
вязкоупругого жестко-защемленного стержня
с учетом физической и аэродинамической
нелинейностей

Рустамхон А. Абдикаримов

*Ташкентский финансовый институт,
Ташкент, Узбекистан, rabdikarimov@mail.ru*

Мухсин М. Мансуров

*Кокандский филиал Ташкентского государственного
технического университета, Коканд, Узбекистан,
mansurov00707@mail.ru*

Умматали Й. Акбаров

*Кокандский государственный педагогический институт,
Коканд, Узбекистан, uakbarov1961@mail.ru*

Аннотация. Рассматривается задача о флаттере физически нелинейного вязкоупругого стержня в потоке газа с учетом нелинейных зависимостей давления аэродинамического воздействия. Приведена постановка и метод решения задачи о флаттере вязкоупругого стержня с учетом физической и аэродинамической нелинейностей. Функция, характеризующая меру отклонений кривой $\sigma_i = \varepsilon_i \varphi(\varepsilon_i)$ от прямой Гука, принята в виде $\varphi(\varepsilon_i) = a + d \cdot \varepsilon_i^2$. Построена математическая модель задачи. С помощью метода Бубнова–Галёркина, основанного на многочленной аппроксимации прогибов, задача сводится к решению системы нелинейных интегродифференциальных уравнений типа Вольтерра. Для решения полученной системы, при слабо-сингулярном ядре Колтунова–Ржаницына, применен численный метод, основанный на использовании квадратурных формул.

Ключевые слова: вязкоупругость, вязкоупругий стержень, флаттер, физическая нелинейность, аэродинамическая нелинейность, метод Бубнова–Галёркина, ядро релаксации, численный метод, нелинейное интегродифференциальное уравнение

Для цитирования: Абдикаримов Р.А., Мансуров М.М., Акбаров У.Й. Численное исследование флаттера вязкоупругого жестко-защемленного

стержня с учетом физической и аэродинамической нелинейностей // Вестник РГГУ. Серия «Информатика. Информационная безопасность. Математика». 2019. № 3. С. 94–106. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-94-106

Numerical study of a flutter of a viscoelastic rigidly clamped rod with regard for the physical and aerodynamic nonlinearities

Rustamxon A. Abdikarimov

*Tashkent Financial Institute,
Tashkent, Uzbekistan, rabdikarimov@mail.ru*

Mukhsin M. Mansurov

*Kokand branch of Tashkent State Technical University,
Kokand, Uzbekistan, mansurov00707@mail.ru*

Ummatali Y. Akbarov

*Kokand State Pedagogical Institute,
Kokand, Uzbekistan, uakbarov1961@mail.ru*

Abstract. The flutter problem of a physically nonlinear viscoelastic rod in a gas stream is considered taking into account the nonlinear pressure dependences of the aerodynamic effect. The statement of the flutter problem and the method of its solving for a viscoelastic rod taking into account the physical and aerodynamic nonlinearities are given. The function characterizing the measure of deviations of the curve from the Hook line is taken in the form . A mathematical model of the problem is constructed. Using the Bubnov–Galerkin method, based on a polynomial approximation of deflections, the problem is reduced to solving a system of non-linear integro-differential equations of Volterra type. To solve the resulting system, with a weakly singular Koltunov–Rzhanitsyn kernel, a numerical method based on the use of quadrature formulas is applied.

Keywords: viscoelasticity, viscoelastic rod, flutter, physical nonlinearity, aerodynamic nonlinearity, Bubnov–Galerkin method, relaxation kernel, numerical method, nonlinear integro-differential equation

For citation: Abdikarimov, R.A., Mansurov, M.M, Ummatali, Y. and Akbarov U.I. (2019), “Numerical study of a flutter of a viscoelastic rigidly clamped rod with regard for the physical and aerodynamic nonlinearities”, *RSUH/RGGU Bulletin. “Information Science. Information security. Mathematics” Series*, vol. 3. pp. 94-106. DOI: 10.28995/2686-679X-2019-3-94-106

Введение

Новые материалы, обладающие нелинейной диаграммой деформирования, например, композиты, сплавы и некоторые виды металлов широко применяются в различных областях современной техники: строительстве, авиастроении, машиностроении т. д. Поэтому исследования конструкций на колебания и динамическую устойчивость с учетом физической нелинейности материала являются актуальными.

Несмотря на наличие многочисленных работ, посвященных физике нелинейных колебаний и устойчивости стержней до настоящего времени нет исследований по флаттеру вязкоупругого стержня, учитывающих одновременно и физическую и аэродинамическую нелинейности.

Высокие темпы строительства, создание уникальных конструкций и сооружений, необходимость выполнения весьма сложных заказов промышленности требуют дальнейшего развития теории расчета конструкций типа стержней.

В связи с этим правильный учет свойств материала, такие как пластичность, наследственность, неоднородность, анизотропность, нелинейность и т. п. имеет большое теоретическое и практическое значение, гарантирует приближение теории, расчета конструкции к фактическим условиям, обеспечивает надежность и долговечность конструкций при наименьших затратах материалов.

Теория вязкоупругости получила широкие применения в расчетах стержней, пластин и оболочек. При этом необходимо иметь в виду, что учет времени является, вообще говоря, обязательным при решении почти любой задачи расчета тонкостенных конструкций.

На рис. 1 приведена расчетная схема (стержень) крыла самолета в потоке воздуха. При определенной скорости потока воздуха возможна как статическая потеря устойчивости (дивергенция) так и динамическая потеря устойчивости (флаттер).

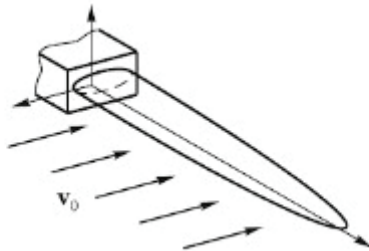


Рис. 1. Расчетная схема модели крыла самолета

Постановка задачи

Рассмотрим задачу флаттера наследственно-деформируемого стержня с учетом физической нелинейности (1) [Бадалов 1980]

$$\sigma = (1 - R^*) (m_1 \varepsilon + m_2 \varepsilon^3), \quad \varepsilon = U_x, U = -zW_x \quad (1)$$

где

$$R^* f(t) = \int_0^t R(t - \tau) f(\tau) d\tau$$

и m_1 и m_2 упругие постоянные, определяемые в процессе испытаний материала на растяжение или кручение, причем $m_2 < 0$ для материала мягких, а $m_2 > 0$ жестких характеристик, $R(t)$ – ядро наследственности, имеющее слабо-сингулярные особенности типа Абеля, E – модуль упругости.

Следует учитывать также влияние аэродинамических нелинейностей. Учет этих нелинейностей важен при больших числах Маха M , т. к. колебания конструкций летательного аппарата в полете вызывают изменения аэродинамического давления на колеблющейся поверхности, что, в свою очередь, сказывается на характере самих колебаний. При больших скоростях \bar{U} движения потока, если числа Маха $M = \bar{U} / C_0 > 2$ (C_0 – скорость звука на бесконечности), для определения нормального давления на поверхности принимается так называемая «поршневая» теория [Вольмир 1967].

По одномерной теории газа давление на поршень [Вольмир 1967]

$$P = P_0 \left(1 + \frac{\chi - 1}{2} \frac{\bar{U}}{C_0} \right)^{\frac{2\chi}{\chi - 1}} \quad (2)$$

где \bar{U} – скорость движения поршня

$$\bar{U} = V \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial t} \quad (3)$$

P_0 и C_0 – давление и скорость в невозмущенном потоке, W – перемещение системы по нормали к первоначальной ее поверхности [Болотин 1961]. Применим для уравнения (2) формулу бинома Ньютона и во втором приближении получим [Вольмир 1967]:

$$q = k \left[V \frac{\partial W}{\partial x} + \chi_1 V^2 \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial W}{\partial t} \right] \quad (4)$$

где $q = P - P_0$, $k = \frac{\chi P_0}{C_0}$, $\chi_1 = \frac{\chi + 1}{4C_0}$.

Решим задачу о флаттере в нелинейной вязкоупругой постановке, учитывая физические и аэродинамические нелинейности. С этой целью построим математическую модель для исследования наследственно-деформируемого стержня в потоке газа с учетом этих нелинейностей.

В данном случае, принимая гипотезу плоских сечений для изгибающего момента, используем следующую формулу [Вольмир 2018]:

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} b(x)\sigma_x z dz \tag{5}$$

Подставив (2) в (5), получаем [Бадалов 1980]:

$$M_x = \left(J_2 + J_4 \right) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{3}{4} \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} \right] \tag{6}$$

где параметры J_2 и J_4 для балок шириной $b(x)$ и высотой $h(x)$ равны

$$J_2 = \frac{b(x)h^3(x)}{12}, \quad J_4 = \frac{b(x)h^5(x)}{80}.$$

Подставляя (6) в уравнение равновесия [Вольмир 2018], т. е.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} = m(x) \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + q(x, t) \tag{7}$$

и перейдя к безразмерным координатам, опустив штрихи, имеем

$$\begin{aligned} (1 - R^*) \frac{\partial}{\partial x^2} \left[d(x) W_{xx} + Q_1 d_2(x) W_{xx}^3 \right] + \\ + F(x) W_{tt} + P W_x + Q_2 P^2 W_x^2 + \gamma W_t = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

где

$$W = h_0 \bar{W}, \quad x = a \bar{x}, \quad t = t_1 \bar{t}, \quad m = m_0 F(x), \quad h(x) = h_0 \bar{h}(x),$$

$$b(x) = b_0 \bar{b}(x),$$

$$J_2 = J_2^0 d(x), \quad J_4 = J_4^0 d_2(x), \quad d(x) = b(x)h^3(x),$$

$$d_2(x) = b(x)h^5(x),$$

$$J_2^0 = \frac{b_0 h_0^3}{12}, \quad Q_1 = \frac{m_2 J_4^{(0)}}{m_1 J_2^{(0)} h_0^2} \left(\frac{h_0}{a} \right)^4, \quad Q_2 = \frac{m_1 b_0 (\partial \ell + 1)}{48 k c_0} \left(\frac{h_0}{a} \right)^4,$$

Нелинейные ИДУ в частных производных (8), вместе с граничными условиями [Бабаков 2004]

$$\begin{aligned} W=0, W_x=0 \text{ при } x=0 \\ W=0, W_x=0 \text{ при } x=1 \end{aligned} \quad (9)$$

и начальными условиями

$$W|_{t=0} = d_0(x), \quad W_t|_{t=0} = d_1(x) \quad (10)$$

представляют математическую модель задачи о флаттере наследственно-деформируемого стержня с учетом физической и аэродинамической нелинейности. Требуется найти критические скорости $P_{кр}$ приводящие к нарастающей амплитуде колебаний.

Метод решения

Из-за нелинейности точное решение поставленной задачи представляет значительные математические трудности. Поэтому приближенное решение построим методом Бубнова–Галеркина. Представим решение ИДУ (8) в виде

$$W = \sum_{k=1}^N U_k(t) \phi_k(x) \quad (11)$$

где $\phi_k(x)$ – известные, базисные функции удовлетворяющие заданным граничным условиям, $u_k(t)$ – неизвестные функции от времени, подлежащие определению.

Для нахождения неизвестных функций $u_k(t)$ подставляем (11) в (8)

$$\begin{aligned} (1-R^*) \left\{ \sum_{k=1}^N U_k(t) [d(x)\phi_k''(x)]'' + \right. \\ \left. + Q_1 \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{q=1}^N U_k(t) U_j(t) U_q(t) [d_2(x)\phi_k''(x)\phi_j''(x)\phi_q''(x)]'' \right\} + \\ + F(x) \sum_{k=1}^N \ddot{U}_k(t) \phi_k(x) + P \sum_{k=1}^N U_k(t) \phi_k'(x) + \\ + Q_2 P^2 \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N U_k(t) U_j(t) \phi_k'(x) \phi_j'(x) + \gamma \sum_{k=1}^N \dot{U}_k(t) \phi_k(x) = 0 \end{aligned}$$

умножая на $j_i(x)$, проинтегрируем по x и получим следующие нелинейные системы обыкновенных ИДУ

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^N \left\{ a_{ki} \ddot{U}_k(t) + \gamma b_{ki} \dot{U}_k(t) + \omega_{ki} (1 - R^*) U_k(t) + \right. \\ & + P d_{ki} U_k(t) + Q_2 P^2 \sum_{j=1}^N m_{kji} U_k(t) U_j(t) + \\ & \left. + Q_1 (1 - R^*) \sum_{j=1}^N \sum_{q=1}^N n_{kjqi} U_k(t) U_j(t) U_q(t) \right\} = 0, \quad i = \overline{1, N} \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} a_{ki} &= \int_0^1 F(x) \varphi_k(x) \varphi_i(x) dx, & b_{ki} &= \int_0^1 \varphi_k(x) \varphi_i(x) dx, \\ \omega_{ki} &= \int_0^1 \left[d(x) \varphi_k''(x) \right]'' \varphi_i(x) dx, & d_{ki} &= \int_0^1 \varphi_k'(x) \varphi_i(x) dx, \\ m_{kji} &= \int_0^1 \varphi_k'(x) \varphi_j'(x) \varphi_i(x) dx, \\ n_{kjqi} &= \int_0^1 \left[d_2(x) \varphi_k''(x) \varphi_j''(x) \varphi_q''(x) \right]'' \varphi_i(x) dx \end{aligned}$$

Интегрирование нелинейной системы (12) при ядре Ржаницына–Колтунова $R(t) = \varepsilon \cdot e^{-\beta t} t^{\alpha-1}$, $\varepsilon > 0$, $\beta > 0$, $0 < \alpha < 1$ в широких пределах изменения физико-механических параметров стержня, выполнялось численным методом, основанном на аналитических преобразованиях [Бадалов 1987]. Согласно этому методу, численные значения искомых функций $u_k(t_i) = U_{k,i}$ находятся из решения следующей рекуррентной системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^N \left[a_{ki} + \gamma \frac{\Delta t}{2} b_{ki} \right] U_{k,l} = \sum_{k=1}^N \left[(a_{ki} + \gamma t_l b_{ki}) U_{ok} + t_l a_{ki} \dot{U}_{ok} \right] - \\
& - \sum_{i_1=1}^{l-1} \left\{ \sum_{k=1}^N \left[\gamma A_{i_1} b_{ki} U_{ki_1} + A_{i_1} (t_l - t_{i_1}) \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left(\omega_{ki} \left(U_{ki_1} - \frac{\varepsilon}{2} \sum_{i_2=1}^{i_1} B_{i_2} e^{-\beta t_{i_2}} U_{k,i_1-i_2+1} \right) + Pd_{ki} U_{ki_1} \right) \right] + \\
& + A_{i_1} (t_l - t_{i_1}) \left[\sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^N (Q_2 P^2 m_{kji} U_{ki_1} U_{ji_1} + \right. \\
& \left. \left. + Q_1 \sum_{q=1}^N \left(n_{kjq} U_{ki_1} U_{ji_1} U_{qi_1} - \frac{\varepsilon}{2} \sum_{i_2=1}^{i_1} B_{i_2} e^{-\beta t_{i_2}} U_{k,i_1-i_2+1} U_{j,i_1-i_2+1} U_{q,i_1-i_2+1} \right) \right) \right] \right\}, \\
& i = \overline{1, N}
\end{aligned} \tag{17}$$

где

$$\begin{aligned}
t_i &= i \Delta t, B_1 = \frac{\Delta t^\alpha}{2}, B_{i_2} = \frac{\Delta t^\alpha \left[(i_2 + 1)^\alpha - (i_2 - 1)^\alpha \right]}{2}, i_2 = \overline{2, i_1 - 1} \\
B_{i_1} &= \frac{\Delta t^\alpha \left[i_1^\alpha - (i_1 - 1)^\alpha \right]}{2}, A_1 = \frac{\Delta t}{2}, A_i = \Delta t, i_1 = \overline{2, i - 1}, i = 1, 2, \dots
\end{aligned}$$

Численные примеры и анализ результатов

Вычисление проводилось с учетом и без учета аэродинамической нелинейности при различных значениях реологических параметров и форм стержня в плане. Расчет произведен как для идеально упругого, так и наследственно-деформируемого стержня.

В качестве базисных функций $j_k(x)$ принимаются балочные функции

$$\varphi_k(x) = \sin \lambda_k x - sh \lambda_k x - \frac{\sin \lambda_k - sh \lambda_k}{\cos \lambda_k - ch \lambda_k} (\cos \lambda_k x - ch \lambda_k x);$$

$$\lambda_1 = 4.73004, \quad \lambda_2 = 7.85320, \quad \lambda_3 = 10.99560, \quad \lambda_4 = 10.996, \dots,$$

$$\lambda_k = \frac{\pi}{2}(2k+1)$$

а для начальных условий

$$U_k(0) = \int_0^1 \alpha_0(x) \varphi_k(x) dx, \quad \dot{U}_k(0) = 0$$

$$\text{где } \alpha_0(x) = \left\{ [x(1-x)]^4 + \varphi_1(x) \right\} / 100.$$

Для того чтобы определить оптимальное количество членов в сумме приближенного решения, было исследовано влияние каждого члена на результат решения. Для этого в одномерном варианте получены численные значения искомым функций $u_{k,t}$. При $k=1$ критическая скорость имела значение $p=88.54$, а шаг $dt=0.05$, при $k=2$ критическая скорость имела значение $p=44.345$ а шаг $dt=0.05$, при $k=3$ критическая скорость имела значение $p=48.481$ а шаг $dt=0.02$. Отсюда можно сделать вывод, что для нахождения численных результатов достаточно взять $N=2$.

Анализ результатов физически нелинейных задач, приведенных на таблице 1, показывает, что критическая скорость определяемая по линейной теории как в идеально-упругих так и в вязкоупругих постановках, оказывается лишь верхней границей критических скоростей для реальных конструкций.

Форма крыла в плане во многом уже предопределяет величину остальных конструктивных параметров крыла.

Поэтому, чтобы исследовать влияние ее на критическую скорость, необходимо задаться определенной зависимостью между формой стержня в плане и его жесткостью и массой, то есть необходимо произвести расчет при различных a_1 и a_2 . С этой целью рассмотрена серия стержней, имеющих в плане форму трапеции переменной толщины. Тогда форма стержня зависит от параметров a_1 и a_2 , этот параметр характеризует сужение стержня. Значения критической скорости для различных стержней, удовлетворяющих граничным условиям, приведены в таблице 1.

Таблица 1

N	ε	α	β	α_1	α_2	γ	Ркр. линей	Ркр. физ. нелин.	Ркр. аэро. нелин.	Ркр. физ. и аэро. нелин.
2	0.0	0.25	0.05	4.0	0.2	0.0	509,07	161,329	60,303	55,537
2	0.0	0.25	0.05	4.0	0.2	10	513,38	322,823	73,995	68,894
2	0.05	0.25	0.05	4.0	0.2	0.0	439,55	85,682	62,245	44,345
2	0.01 0.03 0.05 0.08 0.1	0.25	0.05	4.0	0.2	10	509,71 502,52 495,16 483,05 474,13	331,855 349,444 366,418 372,599 385,021	73,702 73,109 72,508 71,589 70,967	68,717 68,344 67,942 67,283 66,806
2	0.05	0.15 0.35 0.5	0.05	4.0	0.2	10	466,25 505,21 510,97	393,848 345,412 332,285	70,225 73,303 73,755	66,055 68,600 68,801
2	0.05	0.25	0.01 0.03 0.07 0.1	4.0	0.2	10	795,16 495,16 495,16 495,16	366,412 366,415 366,421 366,426	72,509 72,508 72,507 72,506	67,943 67,942 67,941 67,940
2	0.05	0.25	0.05	1.0 2.0 3.0	0.2	10	327,98 384,39 440,23	40,900 110,843 218,473	76,977 75,772 73,293	36,205 10,807 40,358
2	0.05	0.25	0.05	4.0	0.1 0.5 0.8	10	487,37 483,86 439,27	350,373 209,743 249,852	78,713 55,678 40,521	63,900 58,175 38,822
2	0.05	0.25	0.05	4.0	0.2	1 5 15	466,98 489,48 501,95	258,008 328,437 404,26	63,246 67,305 77,861	49,120 62,227 73,537

В таблице

$P_{кр.}$ линей – линейный вариант;

$P_{кр.}$ физ. нелин. – физически нелинейный;

$P_{кр.}$ аэро. нелин. – аэродинамический нелинейный;

$P_{кр.}$ физ. и аэро. нелин. – физически и аэродинамический нелинейный;

$$b(x)=c-a_1x; h(x)=1-a_2x; c=5$$

Из анализа результатов вычислений вытекает, что расчет по физической и по физически-аэродинамической нелинейной теории по сравнению с линейной дает пониженные результаты критической скорости. Получено значение критической скорости в упругом состоянии линейной $P_{кр.лин.} = 513,38$ и разница с физической нелинейностью составляет 37,1% ($P_{кр.физ.нелин.} = 322,823$), с аэродинамической нелинейностью – 85,6% ($P_{кр.аэро.нелин.} = 73,995$), с физической и аэродинамической нелинейностью – 86,6% ($P_{кр. физ. аэро. нелин.} = 68,894$). В вязко-упругом состоянии получено значение критической скорости линейной $P_{кр. линей} = 495,16$ и разница с физической нелинейностью составляет 26,1% ($P_{кр. физ.нелин.} = 366,418$), с аэродинамической нелинейностью – 85,4% ($P_{кр. аэро.нелин.} = 72,508$), с физической и аэродинамической нелинейностью – 86,3% ($P_{кр. физ. аэро. нелин.} = 67,942$).

Когда трапециальная форма крыла изменяется за счет параметров a_1 и a_2 влияние нелинейностей существенны.

Заключение

Основные результаты работы сводятся к следующему:

1. Разработан и реализован на компьютере общий вычислительный алгоритм построения исходных соотношений метода Бубнова–Галеркина применительно к краевым задачам динамического расчета стержня из физически нелинейно-вязкоупругого материала.

2. На основе предложенного метода построена единая алгоритмическая система для решения задач динамической теории упругости и вязко-упругости, которая реализована на компьютере с помощью стандартных программ, написанных на языке Турбо-Паскаль, позволяющих варьировать точность как при выборе количество членов координатных функций.

3. Решены и исследованы задачи о флаттере стержней из физически нелинейно-вязкоупругого материала учитывающий аэродинамическую нагрузку, при различных граничных и начальных условиях. В этих задачах подробно исследованы влияние физической и аэродинамической нелинейности и вязкоупругого свойства материала на период и амплитуды колебаний в зависимости от внешней нагрузки, граничных и начальных условий рассматриваемой задачи.

Литература

- Бабаков 2004 – *Бабаков И.М.* Теория колебаний. М.: Дрофа, 2004.
- Бадалов 1980 – *Бадалов Ф.Б.* Метод степенных рядов в нелинейной теории вязкоупругости. Ташкент: ФАН, 1980.
- Бадалов 1987 – *Бадалов Ф.Б.* Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат, 1987.
- Болотин 1961 – *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматгиз, 1961.
- Вольмир 1967 – *Вольмир А.С.* Устойчивость деформируемых систем. М.: Наука, 1967.
- Вольмир 2018 – *Вольмир А.С.* Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Юрайт, 2018.

References

- Babakov, I.M. (2004), *Teoria kolebaniy* [Theory of oscillations], Drofa, Moscow, Russia.
- Badalov, F.B. (1980), *Metod stepennykh ryadov v nelineinoi teorii vyazkoupругosti* [The power series method in the nonlinear theory of viscoelasticity], FAN, Tashkent, USSR.
- Badalov, F.B. (1987), *Metody resheniya integral'nykh i integro-differentsial'nykh uravneniy nasledstvennoy teorii vyazkoupругosni* [Methods for solving integral and integro-differential equations of the hereditary theory of viscoelasticity], Mekhnat, Tashkent, USSR.
- Bolotin, V.V. (1967), *Nekonservativnyye zadachi teorii uprugoi ustoichivosti* [Non-conservative problems of the theory of elastic stability], Fizmatgiz, Moscow, USSR.
- Vol'mir, A.S. (1967), *Ustoichivost deformiruyemykh system* [Stability of deformable systems], Nauka, Moscow, USSR.
- Vol'mir, A.S. (2018), *Nelineinaya dinamika plastinok i obolochek* [Nonlinear dynamics of plates and shells], Yurait, Moscow, Russia.

Информация об авторах

Рустамхон А. Абдикаримов, доктор физико-математических наук, профессор, Ташкентский финансовый институт, Ташкент, Узбекистан; 100084, Узбекистан, Ташкент, ул. А. Темура, д. 60А; rabdikarimov@mail.ru

Мухсин М. Мансуров, Кокандский филиал Ташкентского государственного технического университета, Коканд, Узбекистан; 150728, Узбекистан, Коканд, ул. У. Носира, д. 4; mansurov00707@mail.ru

Умматали Й. Акбаров, кандидат физико-математических наук, доцент, Кокандский государственный педагогический институт, Коканд, Узбекистан; 150700, Узбекистан, Коканд, ул. Турон, д. 23; uakbarov1961@mail.ru

Information about the authors

Rustamkhon A. Abdikarimov, Dr. of Sci. (Physics and Mathematics), professor, Tashkent Financial Institute, Tashkent, Uzbekistan; bld. 60A, A. Temur Str., Tashkent, Uzbekistan, 100084; rabdikarimov@mail.ru

Mukhsin M. Mansurov, Kokand branch of the Tashkent State Technical University, Kokand, Uzbekistan; Uzbekistan, Kokand, bld. 4, U. Nosir Str., Kokand, Uzbekistan, 150728; mansurov00707@mail.ru

Ummatali J. Akbarov, Cand. of Sci. (Physics and Mathematics), associate professor, Kokand State Pedagogical Institute, Kokand, Uzbekistan; bld. 23, Turon Str., Kokand, Uzbekistan, 150700; uakbarov1961@mail.ru

Дизайн обложки
Е.В. Амосова

Корректор
Ж.П. Григорьева

Компьютерная верстка
М.Е. Заболотникова

Подписано в печать 19.12.2019.
Формат 60×90¹/₁₆.
Уч.-изд. л. 7,1. Усл. печ. л. 6,8.
Тираж 1050 экз. Заказ № 827

Издательский центр
Российского государственного
гуманитарного университета
125993, Москва, Миусская пл., 6
www.rggu.ru
www.knigirggu.ru